

## تحلیل و طراحی شتاب‌سنج سه محوره خازنی MEMS با دامنه دینامیکی و فرکانس کاری بالا

بهرام عزیزالله گنجی<sup>۱</sup>، کامران دلفان همتی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، baganji@nit.ac.ir

<sup>۲</sup>دانشجوی دکتری برق - الکترونیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

### چکیده

در این مقاله تحلیل و طراحی یک شتاب‌سنج خازنی سه محوره با استفاده از تکنولوژی سیستم‌های میکروالکترومکانیکی ارائه شده است. شتاب‌سنج‌ها به لحاظ قابلیت اندازه‌گیری شتاب به سه دسته کلی تک محوره، دو محوره و سه محوره تقسیم می‌شوند. در این ساختار اندازه‌گیری شتاب در هر سه محور، همزمان با استفاده از یک سیستم جرم و فنر انجام می‌شود که این مهم موجب گردیده تا بتوان در حداقل سطح اشغالی به حساسیت بالا بدون از دست دادن سایر فاکتورهای شتاب‌سنج دست پیدا کرد. همچنین با بکارگیری تفاضل در این ساختار، تاثیر شتاب هر محور بر شتاب اندازه‌گیری شده سایر محورها بسیار ناچیز شده است. اگر هر عامل بیرونی مثل امواج الکترومغناطیسی، مقدار تک تک خازن‌ها را تغییر دهد مقدار خروجی اصلی خازن اندازه‌گیری شده جهت تشخیص شتاب تغییر نخواهد کرد یعنی طراحی بگونه‌ای انجام شده است که نه تنها شتاب هر محور بر محورهای دیگر تاثیری ندارد بلکه عوامل بیرونی نیز نمی‌تواند اختلالی در عملکرد سیستم ایجاد کند. از دیگر مشخصات رایج و با اهمیت یک شتاب‌سنج می‌توان به دامنه دینامیکی، محدوده فرکانس کاری و حساسیت اشاره کرد. مزیت این ساختار نسبت به کارهای انجام شده قبلی در این است که دامنه دینامیکی تا  $1000g$  و محدوده فرکانس کاری تا  $20kHz$  را دربر می‌گیرد. حساسیت شتاب‌سنج در جهت محور  $Z$  مقدار  $4fF/g$  و برای محورهای  $X$  و  $Y$  مقدار  $9fF/g$  بدست آمده است.

### کلیدواژه

شتاب‌سنج، سه محوره، MEMS، فرکانس کاری، دامنه دینامیکی

### مقدمه

در تمامی این کاربردها کوچکتر (سطح اشغالی کمتر) و حساس تر کردن شتاب‌سنج‌ها یکی از حوزه‌های بسیار مورد توجه است. یکی از تکنولوژی‌های مطرح در این زمینه، تکنولوژی میکروالکترومکانیک<sup>۱</sup> است. به طور کلی انواع شتاب‌سنج‌های میکروالکترومکانیک عبارتند از: ۱- پیزو الکترونیک، ۲- پیزورزیستو، ۳- نوسان‌گر تشدیدی، ۴- خازنی، ۵- سلفی و ۶- پدیده تونل‌زنی [۳و۴]. از آنجایی که هدف این مقاله دست‌یابی به شتاب‌سنج سه محوره با دامنه دینامیکی، محدوده فرکانس کاری و حساسیت بالا به همراه سطح اشغالی کم می‌باشد به تحلیل و طراحی یک شتاب‌سنج خازنی سه محوره با استفاده از تکنولوژی سیستم‌های میکروالکترومکانیکی پرداخته می‌شود. زیرا شتاب‌سنج‌های خازنی در مقایسه با دیگر انواع شتاب‌سنج‌ها دارای مزایای زیادی می‌باشند که عبارتند از: دقت بالا تا رنج میکرو  $g$ ، حساسیت بالا، پاسخ مناسب به ورودی ثابت، عملکرد

شتاب‌سنج دستگاهی است که مقدار شتاب صحیح را اندازه‌گیری می‌کند و یکی از مهمترین و پرکاربردترین حسگرها در سیستم‌های امروزی محسوب می‌شود. به عنوان مثال، ساخت یک دستگاه موقعیت‌یاب کاملاً مستقل به کمک شتاب‌سنج ممکن است و این دستگاه می‌تواند بدون هیچ فرستنده و گیرنده‌ای از ماهواره یا هر منبع دیگری مکان خود را نسبت به نقطه اولیه نمایش دهد. از این ویژگی در حوزه ناوبری استفاده می‌شود. همچنین با استفاده از شتاب‌سنج می‌توان کارایی موتور و سیستم انتقال گشتاور و سیستم ترمز را ارزیابی کرد. شتاب‌سنج‌ها را می‌توان در اندازه‌گیری لرزش خودروها، ماشین‌ها، ساختمان‌ها، پردازش سیستم‌های کنترل و ایمنی نصب دستگاه‌ها به کار برد [۱و۲].

<sup>۱</sup> MEMS (Micro Electro Mechanical Systems)

می‌کند به این ترتیب برای رسیدن به حساسیت  $3\text{fF/g}$  فقط می‌توان شتابی برابر 20g را اندازه‌گیری کرد. علاوه بر این موضوع، ساختار این شتابسنج به گونه‌ای است که نمی‌تواند شتاب محوره‌های مختلف را از هم تفکیک کند و تشخیص نمی‌دهد که شتاب اعمال شده در جهت کدام محور بوده است. شتابسنج سه محوره متشکل از سه شتابسنج مجزا نیز در [۱۲] ارائه شده است. این طرح دارای سه بخش مجزا است که به هر بخش حدود  $0.4\text{mm}^2$  سطح اختصاص می‌یابد. به این ترتیب با در نظر گرفتن فضای لازم برای تعبیه فنرها، در جهت محور z می‌توان صفحه خازن به اندازه حدوداً  $500 \times 500\text{um}$  را به کار گرفت. با در نظر گرفتن قید حساسیت  $3\text{fF/g}$ ، حساسیت حداکثر شتابی که می‌توان اندازه گرفت 450g است. با همین استدلال می‌توان ثابت کرد در راستای دو محور دیگر نیز نمی‌توان به شتاب مورد نیاز دست یافت.

با توجه به موارد بالا می‌توان گفت که هیچ‌کدام از طرح‌های انجام شده نمی‌تواند هدف این مقاله یعنی اندازه‌گیری شتابی به بزرگی 1000g را با قید حساسیت  $3\text{fF/g}$  برآورده نمایند (این الزامات از طرف صنعت می‌باشد. همچنین حوزه کاربردی شتاب 1000g در دستگاه مکان‌یاب برون خط‌آست). لذا در این مقاله ساختاری جدید پیشنهاد می‌شود که دامنه دینامیکی تا 1000g و محدوده‌ی فرکانس کاری تا 20kHz را با قید حساسیت  $3\text{fF/g}$  در هر سه محور پوشش می‌دهد. قابل ذکر است این طرح با داشتن مزایای فوق توانسته است سطح اشغالی مطلوب را نیز حفظ کند که تاکنون در هیچ ساختاری از شتاب‌سنج‌های سه محوره دیده نشده است. همچنین این ساختار قادر است شتاب در جهت هر سه محور را به‌صورت کاملاً تفکیک‌شده اندازه‌گیری نماید. ضمناً تأثیر شتاب هر محور بر روی شتاب اندازه‌گیری شده‌ی دو محور دیگر صفر است.

این مقاله در ادامه از بخش‌های زیر تشکیل شده است: در بخش دوم اصول عملکرد شتاب‌سنج ارائه می‌گردد. در بخش سوم به طراحی شتاب‌سنج پیشنهادی پرداخته می‌شود. در واقع در این بخش یک ساختار جدید برای شتاب‌سنج سه محوره ارائه خواهد شد. سپس در بخش‌های چهارم و پنجم، با تحلیل روابط مربوط به این ساختار مقادیر خروجی محاسبه شده و علاوه بر نمایش نمودارهای خروجی نتایج با سایر کارهای انجام شده نیز مقایسه می‌شود.

### اصول عملکرد شتاب‌سنج

همانطور که گفته شد هدف این مقاله طراحی یک شتاب‌سنج خازنی سه محوره با دامنه دینامیکی، فرکانس کاری و حساسیت بالا به همراه سطح اشغالی کم می‌باشد. در طراحی

مناسب در برابر نویز، تغییر کم پارامتر در طول زمان، پایین بودن حساسیت دمایی در نتیجه قابل استفاده بودن در رنج وسیعی از دما، توان مصرفی و تلفاتی پایین و سادگی ساختار مکانیکی [۵ و ۶].

قابل ذکر است که تاکنون شتاب‌سنج‌های خازنی فراوانی طراحی و ساخته شده‌اند که هرکدام دارای مزایا و معایبی هستند به عنوان مثال در [۷] یک شتابسنج ساده خازنی تک محوره ارائه شده که قابلیت اندازه‌گیری شتاب در جهت یک محور را دارد و با تغییر فاصله هوایی بین دو صفحه در اثر شتاب، مقدار خازن تغییر کرده و با احتساب مقدار جابجایی می‌توان شتاب اعمال شده را اندازه‌گیری کرد. برای اینکه در این ساختار بتوان به حساسیت خوبی رسید باید مساحت صفحات خازنی بزرگی در اختیار داشت. بنابراین سطح اشغالی کل بکار رفته برای سنسور بسیار زیاد است. به علاوه این ساختار دامنه دینامیکی پایینی دارد لذا در آن، با تغییر پارامترها هم نمی‌توان به صورت همزمان به حساسیت و دامنه دینامیکی مطلوبی دست یافت. همچنین در [۸] یک شتابسنج تک محوره با بازوهای تاشده ارائه شده است. در این نوع شتاب‌سنج، با کاهش ثابت فنر، طبق رابطه مستقیم بین ثابت فنر و حساسیت، حساسیت افزایش می‌یابد. اما این مزیت به قیمت از دست دادن فاکتورهای دیگر (رنج دینامیکی و فرکانس کاری) حاصل می‌شود. در این طرح، کاهش ضریب سختی فنر باعث می‌شود که محدوده فرکانس کاری و همچنین رنج دینامیکی سنسور کاهش یابد که این موضوع یک عیب برای شتاب‌سنج به حساب می‌آید. در [۹] شتابسنج تک محوره شانه‌ای ارائه شده است. مشکلی که در این طرح دیده می‌شود این است که تنها قادر به اندازه‌گیری شتاب در جهت یک محور می‌باشد و برای کاربردهایی که نیاز به اندازه‌گیری شتاب در جهت دو یا سه محور داشته باشد نمی‌تواند مفید واقع شود. در [۱۰] شتابسنج دو محوره ارائه شده است. حداکثر تغییرات خازن در این ساختار  $975\text{fF}$  است. به این ترتیب حداکثر شتاب قابل اندازه‌گیری با این شتابسنج با در نظر گرفتن قید حساسیت برابر  $325\text{g}$  می‌باشد. شتاب‌سنج سه محوره بدون تشخیص جهت شتاب در [۱۱] ارائه شده است. در این شتاب‌سنج اگر بخواهیم در جهت محور z به حساسیت  $3\text{fF/g}$  و شتاب 1000g که جزو دستاوردهای این مقاله است، برسیم باید صفحه زیر وزنه حداقل ابعاد  $850 \times 850\text{um}$  را داشته باشد. در این صورت با طراحی فنر مناسب در این جهت می‌توان شرط مذکور را برآورده کرد. اما مشکل اصلی محاسبه شتاب در جهت دو محور دیگر است که مقدار حساسیت در آن‌ها به علت اینکه تغییرات ظرفیت خازن ناشی از تغییر در سطح همپوشانی است بسیار کمتر می‌باشد. برای مثال با  $1\text{um}$  جابجایی، مقدار خازن فقط حدود 2% تغییر

فرکانس طبیعی سیستم جرم- فنر- دمپر نیز مطابق [۱۵] برابر خواهد بود با:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (4)$$

رابطه ۳ حساسیت مکانیکی سیستم در جهت شتاب اعمال شده را نشان می‌دهد که در واقع برابر است با مقدار جابجایی وزنه در اثر اعمال شتاب واحد. همانطور که از این رابطه مشخص است برای افزایش حساسیت مکانیکی باید جرم معلق افزایش یافته و ضریب سختی فنر کاهش یابد، ولی افزایش جرم معلق و کاهش ضریب سختی فنر، فرکانس طبیعی سیستم را با توجه به رابطه ۴، کاهش می‌دهد بنابراین در طراحی بین این دو مورد باید تعادل برقرار گردد.

در سنسورهای شتاب‌سنج معمولاً برای شتاب از واحد g استفاده می‌شود. در شتاب‌سنج‌های خازنی، حساسیت به صورت نسبت تغییرات خازن در اثر شتابی به اندازه یک g تعریف می‌گردد و داریم [۱۶]:

$$s = \frac{\Delta C}{g} = \frac{\Delta C}{x} \times \frac{x}{g} \quad (5)$$

اگر از اثر میدان حاشیه الکترودها صرفه نظر کنیم تغییرات ظرفیت خازن‌ها در اثر تغییر فاصله هوایی بین الکترودها توسط رابطه ۶ بیان می‌شود [۱۵].

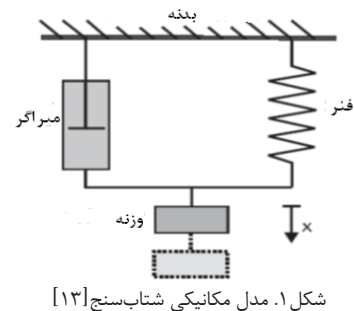
$$\Delta C = \epsilon A \left( \frac{1}{d-x} - \frac{1}{d+x} \right) \quad (6)$$

if  $x^2 \ll d^2 \rightarrow 2\epsilon A \frac{x}{d^2}$

که در آن d فاصله هوایی اولیه، A کل مساحت صفحات تشکیل دهنده خازن و x جابجایی از حالت اولیه است. از رابطه ۶ مشخص است که تغییر ظرفیت خازن متناسب با جابجایی جرم معلق می‌باشد که این جابجایی نیز به دلیل شتاب وارده به سیستم خواهد بود البته با این فرض که جابجایی کوچک باشد [۱۵].

علاوه بر موارد بیان شده، دو پارامتر بسیار مهم در شتاب‌سنج‌ها وجود دارد که عبارتند از: دامنه دینامیکی و فرکانس کاری. هر شتاب‌سنج می‌تواند محدوده مشخصی از شتاب را اندازه‌گیری کند و اگر اندازه شتاب اعمال شده در این محدوده نباشد، مقدار آن به درستی اندازه‌گیری نمی‌شود، به این محدوده "دامنه دینامیکی شتاب‌سنج" گفته می‌شود. شتاب معمولاً بر حسب g بیان می‌شود. اگر شتاب به صورت نوسانی و پشت سر هم اعمال شود، شتاب‌سنج می‌تواند شتاب را تا فرکانس مشخصی اندازه بگیرد و اگر شتاب با فرکانسی بیش از آستانه مورد نظر اعمال

این شتاب‌سنج باید دقت نمود که نه تنها شتاب هر محور بر محورهای دیگر تاثیر نداشته باشد بلکه عوامل بیرونی نیز نتواند اختلالی در عملکرد سیستم ایجاد کند. لذا در ادامه به توضیح مختصری در مورد مشخصات فوق‌الذکر پرداخته و سپس در بخش بعدی به طراحی شتاب‌سنج پیشنهادی پرداخته می‌شود. مدل مکانیکی یک شتاب‌سنج در شکل ۱ آمده است. این مدل عمدتاً شامل یک وزنه معلق دارای جرم مشخص، یک (چند) فنر، میراکننده سیال (در بیشتر موارد هوا است) و یک بدنه است که در واقع بخش مکانیکی شتاب‌سنج را تشکیل می‌دهد.



با توجه به شکل (۱) رابطه بین نیرو F و جابجایی مربوط به وزنه مطابق رابطه ۱ خواهد بود [۱۴]:

$$F(t) = M \frac{d^2x}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + Kx \quad (1)$$

که در آن x جابه‌جایی جرم معلق از حالت اولیه خود، C ضریب دمپر، M جرم و k ثابت فنر می‌باشد. نیروی F می‌تواند بر اثر اعمال شتاب به مجموعه به وجود آید و طبق قانون دوم نیوتن ( $F=ma$ ) همان شتابی است که شتاب‌سنج باید اندازه‌گیری کند.

حال اگر بخواهیم ببینیم در اثر اعمال شتاب، مقدار جابجایی وزنه چقدر خواهد بود از معادله دیفرانسیل رابطه ۱ و قانون دوم نیوتن، تبدیل لاپلاس گرفته و به تابع انتقالی دست می‌یابیم که ورودی آن شتاب اعمال شده و خروجی آن جابجایی است و به این ترتیب داریم [۱۴]:

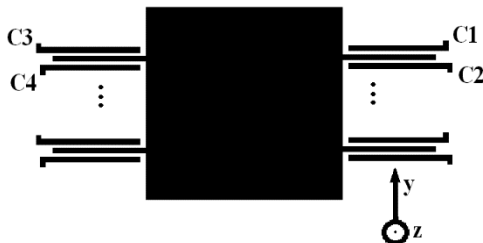
$$H(s) = \frac{x(s)}{a(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{C}{m}s + \frac{k}{m}} \quad (2)$$

برای فرکانس‌های زیر فرکانس طبیعی، برای سیستم جرم و فنر می‌توان از رابطه خطی زیر بهره گرفت [۱۳]:

$$\frac{x}{a} = \frac{m}{k} \quad (3)$$

حاصل عبارت مثبت و اگر در جهت منفی شتاب اعمال شود حاصل منفی خواهد شد. حال اگر هرگونه شتابی غیر از شتاب در جهت محور مورد نظر به سیستم اعمال شود مقدار به دست آمده از این عبارت بدون تغییر خواهد بود (این در حالی است که ممکن است مقدار هریک از خازن‌ها دچار تغییر شود).

ضمن اینکه اگر مقدار همه خازن‌ها به سبب هر مورد بیرونی مثل میدان مغناطیسی به یک اندازه تغییر کند بازهم مقدار  $C_y$  ثابت و بدون تغییر خواهد ماند. برای محاسبه شتاب اعمال شده در جهت محور  $x$  همان‌طور که در شکل ۳ دیده می‌شود چهار خازن  $C_5$ ،  $C_6$ ،  $C_7$  و  $C_8$  وجود دارد. شبیه توضیحات فوق مقدار کل تغییرات خازنی در اثر اعمال شتاب در جهت این محور با یک پارامتر نمایش داده می‌شود و داریم:



شکل ۲. اندازه‌گیری شتاب در جهت محور  $y$

$$C_x = C_5 + C_7 - (C_6 + C_8) \quad (۸)$$

شکل ۳ در واقع نمای بالایی کل طرح پیشنهادی بدون وجود فنر را نشان می‌دهد. همان‌طور که گفته شد تأثیر شتاب اعمال شده در جهت هر محور روی شتاب اندازه‌گیری شده برای دو محور دیگر صفر است. برای مثال اگر شتابی در جهت محور  $x$ ها به مجموعه وارد شود مقدار خازن‌های  $C_5$  و  $C_7$  به علت کم شدن فاصله هوایی بین دو صفحه افزایش می‌یابد و در مقابل مقدار خازن‌های  $C_6$  و  $C_8$  کم می‌شود. بنابراین مقدار  $C_x$  از صفر به عددی مثبت تغییر خواهد کرد، که هم‌مقدار این عدد متناسب با شتاب اعمال شده است و هم اینکه مثبت بودن آن حاکی از آن است که جهت شتاب اعمال شده در جهت مثبت محور  $x$ ها است.

در این حالت برای  $C_y$  چه اتفاقی خواهد افتاد؟

برای هر چهار خازن  $C_1$ ،  $C_2$ ،  $C_3$  و  $C_4$  مقدار فاصله هوایی تغییر نخواهد کرد. اما مقدار خازن‌های  $C_1$  و  $C_2$  به دلیل زیاد شدن سطح همپوشانی افزایش می‌یابد و در مقابل مقدار خازن‌های  $C_3$  و  $C_4$  به علت کم شدن سطح همپوشانی دقیقاً به همان اندازه کاهش یافته و در نتیجه مقدار به دست آمده برای  $C_y$  تغییر نخواهد کرد.

شود (خیلی سریع مقدار شتاب کم و زیاد شود) شتابسنج نمی‌تواند مقدار درستی از شتاب اعمالی را اندازه‌گیری کند، این فرکانس آستانه همان "فرکانس کاری" شتابسنج است [۱۴]. با توجه به توضیحات بالا، در بخش بعد تلاش می‌شود تا شتابسنجی طراحی گردد که قابلیت اندازه‌گیری شتاب در محدوده  $1000g$  تا  $1000g+$  را داشته باشد و همچنین محدوده‌ی فرکانس تا  $20KHz$  را پوشش دهد.

### طراحی شتاب سنج پیشنهادی

در این قسمت به طراحی ساختار پیشنهادی پرداخته می‌شود. برای این منظور ابتدا به طراحی صفحات خازنی و سپس به طراحی فنر پرداخته خواهد شد و در انتها ساختار کامل پیشنهادی ارائه می‌گردد.

### طراحی صفحات خازنی

تغییرات خازن در شتابسنج‌های خازنی ناشی از سه نوع حرکت است که شامل تغییر در همپوشانی سطوح، تغییر در فاصله هوایی و تغییر مقدار همپوشانی دی‌الکتریک (اگر ساختار به گونه‌ای طراحی شود که با اعمال شتاب، دی‌الکتریک بین صفحات جابجا شود، آنگاه بخشی از فضای بین صفحات بدون دی‌الکتریک (هوا) خواهد شد و با این جابجایی مقدار خازن تغییر خواهد کرد) می‌باشد [۱۵]. بیشترین حساسیت ممکن با استفاده از تغییر در فاصله هوایی حاصل می‌شود به همین دلیل، در این طرح پیشنهادی در جهت هر سه محور از این نوع تغییر بهره برده شده است، که این موضوع در واقع اصلی‌ترین وجه تمایز این طرح با سایر کارهای انجام شده می‌باشد. در جهت محور  $Z$  سه صفحه موازی وجود دارد که دو عدد از آن صفحات، ثابت و دیگری که وسط قرار دارد متحرک است. توضیح اینکه وجود دو صفحه موازی بالا و پایین با ایجاد تفاضل در اندازه‌گیری مقدار خازن، تأثیر هرگونه نویز را در مقدار محاسبه شده به حداقل می‌رساند. نوآوری این طرح پیشنهادی در اندازه‌گیری شتاب در دو محور دیگر است، زمانی که شتاب در جهت محور  $y$  به سنسور اعمال می‌شود، همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، صفحه متحرک و شانه‌ها در جهت شتاب اعمالی حرکت خواهند کرد در نتیجه مقدار خازن‌های  $C_1$  و  $C_3$  به علت کم شدن شکاف هوایی افزایش می‌یابد و در مقابل خازن‌های  $C_2$  و  $C_4$  مقدار کمتری نسبت به حالت اولیه به خود اختصاص می‌دهند. اگر بخواهیم مقدار کل تغییرات خازنی در اثر شتاب در جهت این محور را با یک پارامتر نمایش دهیم خواهیم داشت:

$$C_y = C_1 + C_3 - (C_2 + C_4) \quad (۷)$$

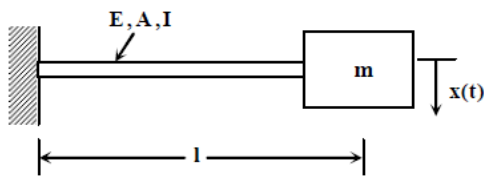
زمانی که هیچ شتابی در راستای  $y$  نداریم حاصل این عبارت هم صفر خواهد شد، اگر در جهت مثبت محور  $y$  شتاب اعمال شود

$$\delta_{st} = \frac{WL^3}{3EI} \quad (10)$$

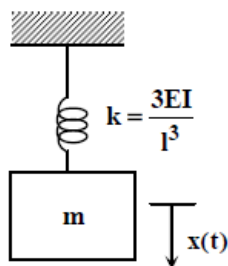
که در آن  $W=mg$  وزن جرم  $m$ ،  $E$  مدول الاستیسیته،  $I$  ممان اینرسی سطح مقطع و  $L$  طول تیر است؛ بنابراین ثابت فنر برابر است با [۳]:

$$K = \frac{W}{\delta_{st}} = \frac{3EI}{L^3} \quad (11)$$

بنابراین سیستم نشان داده شده در شکل ۴ را می‌توان به صورت یک سیستم جرم و فنر در نظر گرفت (شکل ۵) که میزان ثابت فنر در رابطه ۱۱ محاسبه شده است [۲].



شکل ۴. تیر یک سر گیردار و یک جرم انتهای آن [۲]

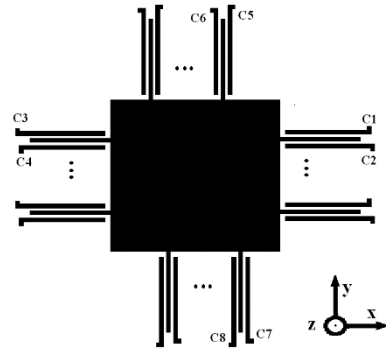


شکل ۵. سیستم جرم و فنر [۴]

در بسیاری از کاربردهای عملی چندین فنر خطی به صورت ترکیبی استفاده می‌شوند. این فنرها را می‌توان به نحوی با هم ترکیب کرده و یک فنر معادل ساخت. به عنوان مثال در فنرهای متصل شده به صورت موازی، نیروی هریک از فنرها با دیگری متفاوت و همسو است. لذا نیروی مجموعه برابر با مجموع نیروهای همه‌ی فنرها است اما میزان تغییر طول همه‌ی فنرها با هم برابر است و ثابت فنر معادل برابر مجموع ثابت فنر هریک از فنرها می‌باشد. در فنرهای سری، نیرو در سرتاسر مجموعه‌ی فنرها ثابت می‌ماند. لذا در این نوع از فنرها به دلیل تقسیم نیروها، ثابت فنر معادل از ثابت فنر تک تک فنرها کوچکتر است [۲].

### ساختار کامل طرح پیشنهادی

نمای بالایی ساختار کامل این طرح پیشنهادی در شکل ۶ آمده است. این ساختار علاوه بر ترکیب خازن‌هایی که قبلاً به آن‌ها



شکل ۳. صفحات خازنی طرح پیشنهادی برای اندازه‌گیری شتاب در سه محور می‌توان نتیجه گرفت شتاب اعمال شده در جهت محور  $x$  روی مقدار  $Cy$  هیچ تأثیری ندارد. دقیقاً با همین استدلال می‌توان ثابت کرد که شتاب در جهت هر محور هیچ تأثیری بر مقدار خازن اندازه‌گیری شده در دو محور دیگر ندارد.

برای محاسبه شتاب اعمال شده در جهت محور  $z$  دو خازن داریم که از سطوح بالا و پایین جرم معلق برای تشکیل آن‌ها استفاده کرده‌ایم و دو صفحه ثابت که با فاصله هوایی مشخص در دو سر جرم معلق قرار دارد تکمیل‌کننده ساختار دو خازن هستند. اگر خازن بین سطح بالای جرم معلق و صفحه ثابت بالایی را  $C9$  و خازن پایینی را  $C10$  بنامیم خواهیم داشت:

$$Cz = C9 - C10 \quad (9)$$

$Cz$  در واقع متناسب با شتاب اعمال شده در جهت محور  $z$  است. و در اینجا نیز اگر در جهت محوره‌های  $x$  و  $y$  شتاب اعمال شود روی مقدار  $Cz$  تأثیری نخواهد داشت.

### طراحی فنر

فنرها اجزایی از سیستم‌های ارتعاشی هستند که در برابر تغییر مکان از خود عکس‌العمل نشان می‌دهند و معمولاً به دلیل اینکه جرم آن‌ها نسبت به جرم اصلی بسیار ناچیز است از جرم آن‌ها صرف‌نظر می‌شود. هنگامی در فنر نیرو به وجود می‌آید که بین دو انتهای آن جابجایی نسبی وجود داشته باشد. برای فنرهای خطی نیروی فنر با مقدار تغییر شکل متناسب بوده و توسط معادله  $F=K*X$  به دست می‌آید. که در این رابطه  $F$  نیروی فنر،  $X$  میزان تغییر شکل فنر (جابجایی یک انتها نسبت به انتهای دیگر فنر) و  $k$  سختی یا ثابت فنر می‌باشد.

المان‌های الاستیکی مانند تیرها به‌عنوان فنر عمل می‌کنند. برای مثال یک تیر یک سر گیردار را با یک جرم انتهای  $m$  همانند شکل ۴ در نظر بگیرید. از جرم تیر در مقایسه با جرم  $m$  صرف‌نظر شده است.

تغییر شکل استاتیکی تیر در انتهای آزاد آن به صورت رابطه ۱۰ است [۲].

در این رابطه  $G$ ،  $\beta$ ،  $b$  و  $c$  به ترتیب ضریب ارتجاعی برشی، ضریب ثابت از جدول، عرض مقطع و ضخامت مقطع تیر مربوط به فنر  $k_2$  می‌باشند. به این ترتیب جابجایی توده جرم از مجموع سه جابجایی فوق ناشی می‌شود و داریم:

$$\delta_z = \frac{pl_1^3}{3EI_1} + \frac{pl_2^3}{3EI_2} + \frac{pl_1^3}{G\beta bc^3} \quad (14)$$

از آنجایی که  $k = \frac{p}{\delta}$ ، بنابراین ضریب سختی یکی از چهار فنر در راستای محور  $z$  برابر است با:

$$k_z = \frac{9EI_1 I_2 G\beta bc^3}{3G\beta bc^3(l_1^3 I_2 + l_2^3 I_1) + 9EI_1 I_2 l_1^3} \quad (15)$$

در این رابطه  $I$  ممان اینرسی سطح مقطع یا گشتاور دوم سطح است و مقدار آن از رابطه ۱۶ بدست می‌آید [۴].

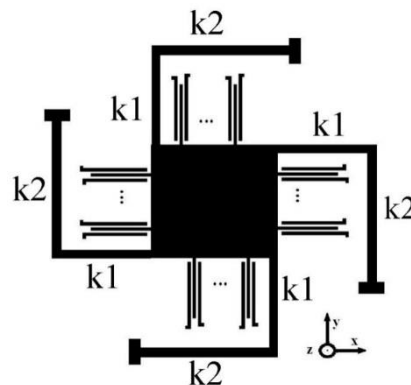
$$I = \frac{wt^3}{12} \quad (16)$$

که در آن  $w$  عرض مقطع و  $t$  ضخامت آن می‌باشد. با جایگذاری رابطه ۱۶ در ۱۵ مقدار ثابت یکی از چهار فنر موازی در جهت محور  $z$  بدست خواهد آمد. با توجه به اینکه مقدار فنر معادل، برای چند فنر موازی از مجموع مقادیر آن‌ها بدست می‌آید، مقدار نهایی فنر معادل در راستای محور  $z$  چهار برابر مقدار بدست آمده برای یکی از فنرها می‌باشد و از رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$K_z = \frac{12EG\beta bw_1 t_1^3 w_2 t_2^3 c^3}{G\beta bc^3(l_1^3 w_2 t_2^3 + l_2^3 w_1 t_1^3) + EW_1 t_1^3 w_2 t_2^3 l_1^3} \quad (17)$$

برای محاسبه ثابت فنر در راستای محور  $x$  شکل ۷ را در نظر می‌گیریم که دو فنر از چهار فنر کلی را نشان می‌دهد (توجه به این نکته ضروری است که محاسبه ثابت فنر در این جا نسبت به محور  $z$  کاملاً متفاوت است. مثلاً  $W_1$  در بالا به عنوان عرض تیر در نظر گرفته می‌شود اما در این جا، چون جهت حرکت عمود بر جهت حرکت قبلی است، ضخامت می‌باشد). این دو فنر با هم موازی هستند اما تاثیرشان در راستای محور  $x$  با هم برابر نیست. بنابراین باید ثابت این دو فنر را به صورت مجزا محاسبه کرده و با هم جمع کرد. از آنجایی که دو فنر دیگر نسبت به محور مورد نظر با این دو، متقارن و موازی هستند کافی است عدد بدست آمده دوبرابر شود تا ثابت فنر در راستای محور  $x$  بدست آید.

اشاره شد، دارای چهار فنر موازی می‌باشد که هر یک از آن‌ها از دو فنر سری تشکیل شده‌اند. با توجه به توضیحات مربوط به بخش طراحی فنر، در محاسبات، سختی کل هشت فنر را می‌توان با یک فنر معادل کرد. ضریب سختی فنر در جهت هر یک از محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  به صورت متفاوت محاسبه می‌گردد. در محاسبه‌ی ضریب سختی فنر در جهت محور  $z$  فنرهای  $k_1$  و  $k_2$  با هم سری هستند و فنر معادل آن‌ها با سه فنر مشابه دیگر موازی است. در اینجا ابتدا جابجایی قائم بر صفحه برای یکی از چهار فنر را محاسبه خواهیم کرد، این جابجایی ناشی از سه تغییر مکان است: ۱- تغییر مکان ناشی از فنر  $k_1$  - ۲ تغییر مکان ناشی از فنر  $k_2$  - ۳ تغییر مکان ناشی از پیچش (ناشی از گشتاور وارد شده از  $k_1$  در قسمت اتصال دو فنر) فنر  $k_2$ ، که بیشترین تغییر مکان ناشی از آن متوجه آن سر از فنر  $k_1$  که به جرم معلق متصل است خواهد شد. با توجه به رابطه ضریب سختی فنر مربوط به تیر یک سر گیر دار تغییر مکان ناشی از فنر  $k_1$  به تنهایی از رابطه ۱۲ بدست می‌آید [۴].



شکل ۶. نمای بالایی ساختار کامل پیشنهادی

$$\delta_{k1} = \frac{pl_1^3}{3EI_1} \quad (12)$$

که در آن  $p$  نیروی وارد شده از طرف توده جرم،  $E$ ،  $I$  و  $l$  به ترتیب طول، مدول یانگ (ضریب ارتجاعی محوری) و ممان اینرسی مربوط به فنر (اندیس نشانه شماره فنر است) است. به همین صورت تغییر مکان ناشی از فنر  $k_2$  به تنهایی از رابطه ۱۳ حاصل می‌شود [۴].

$$\delta_{k2} = \frac{pl_2^3}{3EI_2} \quad (13)$$

همچنین تغییر مکان ناشی از پیچش (ناشی از گشتاور وارد شده از  $k_1$  در قسمت اتصال دو فنر) فنر  $k_2$  از رابطه ۱۴ بدست می‌آید [۴].

$$\delta_\theta = \frac{pl_1^2 l_2}{G\beta bc^3} \quad (14)$$

برای محاسبه سختی فنر معادل دیده شده در شکل ۷، کافی است مقدار ضریب سختی دو فنر موازی با یکدیگر جمع شوند.

$$k_x = 3E \frac{I_1 I_2 l_2^3 + I_4 (I_1 l_2^3 + 3I_2 l_1 l_2^2)}{l_4^3 (I_1 l_2^3 + 3I_2 l_1 l_2^2)} \quad (23)$$

همچنین دو فنر دیگر (با توجه به شکل ۶) موازی و متقارن با این دو هستند، بنابراین در نهایت ثابت فنر در راستای محور x دو برابر مقدار بدست آمده از ۲۳ بوده و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$K_x = 6E \frac{I_1 I_2 l_2^3 + I_4 (I_1 l_2^3 + 3I_2 l_1 l_2^2)}{l_4^3 (I_1 l_2^3 + 3I_2 l_1 l_2^2)} \quad (24)$$

ثابت فنر در راستای محور y دقیقاً همان مقداری است که از رابطه ۲۴ بدست می‌آید ( $K_y = K_x$ )، چون طرح در راستای محورهای x و y کاملاً متقارن است.

### تحلیل شتاب سنج پیشنهادی

تا اینجا ساختار پیشنهادی برای شتاب سنج طراحی شد. در ادامه تلاش می‌شود به تحلیل ساختار پیشنهادی پرداخته شود این تحلیل شامل استخراج فرکانس طبیعی سیستم در راستای هر سه محور، استخراج روابط خروجی برای محورهای x و y و هم چنین استخراج روابط خروجی برای محور z می‌باشد.

#### استخراج فرکانس طبیعی شتاب‌سنج پیشنهادی

با جایگذاری روابط ضریب سختی فنر بدست آمده در بخش قبل می‌توان فرکانس طبیعی سیستم را در راستای هر سه محور بدست آورد. به عنوان مثال با توجه به روابط ۴ و ۱۷، فرکانس طبیعی سیستم در جهت محور z برابر است با:

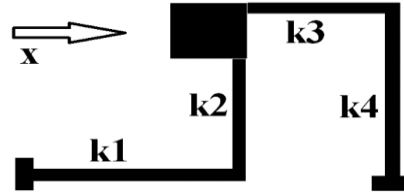
$$f_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{12EG\beta b w_1 t_1^3 w_2 t_2^3 c^3}{G\beta b c^3 (l_1^3 w_2 t_2^3 + l_2^3 w_1 t_1^3) + E w_1 t_1^3 w_2 t_2^3 l_1^3}} \quad (25)$$

همچنین با قرار دادن ثابت فنر در جهت محور x و y (از رابطه ۲۴ در رابطه ۴ مقدار فرکانس طبیعی سیستم در جهت محور x و y برابر است با:

$$f_{xy} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6E \frac{I_1 I_2 l_2^3 + I_4 (I_1 l_2^3 + 3I_2 l_1 l_2^2)}{l_4^3 (I_1 l_2^3 + 3I_2 l_1 l_2^2)}}{m}} \quad (26)$$

#### استخراج روابط خروجی برای محور z

برای محاسبه حساسیت ابتدا باید تغییرات خازن در اثر جابجایی محاسبه شود. در جهت محور z دو خازن مورد استفاده قرار می‌گیرد که بین صفحه ی اصلی جرم معلق که متحرک است با صفحه‌ی بالا و پایین ساخته می‌شود و مقدار آن‌ها از روابط ۲۷ و ۲۸ بدست می‌آید [۱۳].



شکل ۷. دو فنر تاثیرگذار در راستای محور x. دو فنر دیگر متقارن است.

فنرهای k1 و k2 با هم سری هستند، فنر k2 در اینجا مثل یک تیر یک سر ثابت عمل می‌کند بنابراین مقدار تغییر مکان ناشی از خمش k2 از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\delta_{k2} = \frac{p l_2^3}{3EI_2} \quad (18)$$

که در آن  $l_2$  و  $I_2$  به ترتیب طول فنر و ممان اینرسی سطح مقطع مربوط به فنر k2 می‌باشد. اگر نیرویی در جهت محور x به جرم معلق وارد شود (شکل ۷) فنر k1 دچار دوران می‌شود که بیشترین مقدار این دوران در محل اتصال فنر k1 و k2 اتفاق خواهد افتاد. این دوران نیز باعث می‌شود که جرم معلق در جهت محور x جابجایی داشته باشد. مقدار جابجایی ناشی از دوران برابر است با:

$$\delta_{k1\theta} = \frac{p l_1 l_2^2}{EI_1} \quad (19)$$

که در آن  $l_1$  و  $I_1$  به ترتیب طول فنر و ممان اینرسی سطح مقطع مربوط به فنر k1 می‌باشد. بنابراین فنر اصلی که از ترکیب k1 و k2 ساخته می‌شود، جابجایی را ایجاد می‌کند که از مجموع روابط ۱۸ و ۱۹ بدست می‌آید و مقدار آن برابر است با:

$$\delta_{12} = \frac{p l_1 l_2^3 + 3p l_2 l_1 l_2^2}{3EI_1 l_2} \quad (20)$$

در نتیجه ثابت فنری که با k1 و k2 ساخته می‌شود برابر است با:

$$k_{12} = \frac{3EI_1 l_2}{l_1 l_2^3 + 3I_2 l_1 l_2^2} \quad (21)$$

در مورد تیرهای k3 و k4 جهت قرارگیری تیرها به گونه‌ای است که در اثر نیروی اعمالی در جهت x تیر k3 هیچ گونه خمش یا پیچشی نخواهد داشت و نیروی وارده بدون تغییر به k4 منتقل می‌شود. برای محاسبه جابجایی، کافی است فقط سختی فنر k4 در نظر گرفته شود که مقدار آن برابر است با:

$$k_{34} = \frac{3EI_4}{l_4^3} \quad (22)$$

که در آن  $a_z$  شتاب اعمال شده،  $m$  جرم وزنه و  $k_z$  ضریب سختی فنر در راستای محور  $z$  می باشد که در بالا محاسبه گردیده است. عملکرد شتابسنج به این صورت است که با اعمال شتاب وزنه جابجا می شود، در اثر این جابجایی صفحات خازنی نیز جابجا شده و در نتیجه مقدار خازن تغییر می کند. به این ترتیب با اندازه گیری مقدار تغییرات خازن با استفاده از خازن سنج باید بتوان شتاب اعمال شده را تعیین کرد. برای این کار لازم است تابعی تعریف شود که متغیر مستقل آن تغییرات خازن و مقدار خروجی آن شتاب اعمال شده باشد:

$$a_z = f(\Delta C_z) \quad (34)$$

برای بدست آوردن چنین رابطه ای در رابطه ۳۳ ضریب سختی فنر را از رابطه ۱۷ جایگزین کرده و مقدار شتاب را از روی رابطه ۳ قرار می دهیم و به این ترتیب خواهیم داشت:

$$a_z = \frac{6d_z^2 EG\beta b w_1 t_1^3 w_2 t_2^3 c^3}{m \varepsilon A_z G \beta b c^3 (l_1^3 w_2 t_2^3 + l_2^3 w_1 t_1^3) + E w_1 t_1^3 w_2 t_2^3 l_1^3} \times \Delta C_z \quad (35)$$

همان طور که از رابطه مشخص است بین شتاب اعمال شده و تغییرات خازن رابطه خطی وجود دارد و با داشتن مقدار تغییرات خازن می توان شتاب اعمال شده را محاسبه کرد.

#### استخراج روابط خروجی برای محورهای $x$ و $y$

به علت وجود تقارن در شکل محاسبات مربوط به روابط خروجی برای محورهای  $x$  و  $y$  شبیه هم خواهد بود. همان طور قبلا گفته شد همان فترهایی که در جهت محور  $z$  استفاده کردیم همزمان برای این دو محور هم استفاده شده اند که این خود یک مزیت برای این طرح به شمار می آید چراکه موجب می شود سطح اشغالی طرح کمتر شود. با توجه به توضیحات بخش قبل برای محاسبه حساسیت کافیسیت تغییرات خازن در اثر جابجایی را محاسبه کنیم. در جهت محور  $y$  چهار خازن مورد استفاده قرار می گیرد (در این روابط از اندیس  $y$  استفاده می شود، برای محور  $x$  نیز محاسبات کاملا مشابه است به همین علت از بیان مجدد روابط برای این محور خودداری شده است) و مقدار آن ها از روابط ۳۶ تا ۳۹ بدست می آید [۱۳]:

$$C_1 = \frac{\varepsilon n_f A_{sh}}{d_{y-y}} \quad (36)$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon n_f A_{sh}}{d_{y+y}} \quad (37)$$

$$C_3 = \frac{\varepsilon n_f A_{sh}}{d_{y-y}} \quad (38)$$

$$C_4 = \frac{\varepsilon n_f A_{sh}}{d_{y+y}} \quad (39)$$

$$C_{z1} = \frac{\varepsilon A_z}{d_z - z} \quad (27)$$

$$C_{z2} = \frac{\varepsilon A_z}{d_z + z} \quad (28)$$

که در آن  $A_z$  مساحت صفحه تشکیل دهنده خازن بین جرم معلق اصلی و صفحات ثابت برای تشکیل خازن محور  $z$ ،  $d_z$  فاصله هوایی اولیه (بدون اعمال شتاب) و  $Z$  مقدار جابجایی در اثر اعمال شتاب در راستای این محور می باشد. بنابراین تغییرات خازن در راستای محور  $Z$  حاصل اختلاف دو مقدار فوق است و داریم:

$$\Delta C_z = C_{z1} - C_{z2} \quad (29)$$

با جایگذاری روابط ۲۷ و ۲۸ در ۲۹ خواهیم داشت:

$$\Delta C_z = \varepsilon A_z \frac{2z}{d_z^2 - z^2} \quad (30)$$

در اینجا جابجایی های بسیار کوچکتر از فاصله هوایی اولیه مورد نظر است و می توان از جمله  $z^2$  در مقابل  $d_z^2$  صرف نظر کرد در نتیجه با تقریب خوبی می توان نوشت:

$$\Delta C_z = \frac{2\varepsilon A_z}{d_z^2} z \quad (31)$$

این رابطه نشان می دهد که در جابجایی های اولیه (تا جایی که مقدار جابجایی در مقابل فاصله هوایی اولیه کوچک باشد) بین تغییرات خازن و جابجایی در محور  $z$  رابطه خطی وجود دارد. با توجه به روابط ۳ و ۵ و با جایگزین کردن  $z$  بجای  $x$  در این روابط (چون جابجایی در جهت محور  $z$  مد نظر است) و همچنین  $g$  بجای  $a$  (چون مقدار شتاب بر حسب  $g$  است) حساسیت در جهت محور  $z$  به صورت  $s = \frac{\Delta C}{z} \times \frac{m}{k}$  بدست می آید. حال کافیسیت  $k$  (ضریب سختی فنر در جهت محور  $z$ ) از رابطه ۱۷ و نسبت  $\frac{\Delta C}{z}$  را از رابطه ۳۱ در رابطه فوق جایگزین کنیم، به این ترتیب حساسیت در جهت محور  $z$  به صورت زیر بدست می آید:

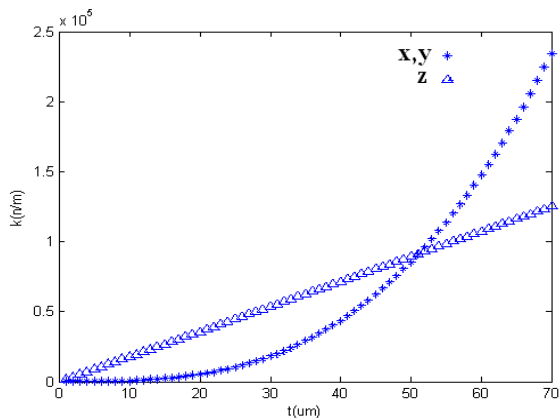
$$S_z = \frac{\varepsilon A_z m G \beta b c^3 (l_1^3 w_2 t_2^3 + l_2^3 w_1 t_1^3) + E w_1 t_1^3 w_2 t_2^3 l_1^3}{6 E G \beta b w_1 t_1^3 w_2 t_2^3 c^3 d_z^2} \quad (32)$$

از رابطه ۳۲ می توان نتیجه گرفت که حساسیت شتاب سنج به مقدار خازن اولیه، جرم وزنه، فاصله هوایی اولیه و المان های موثر بر ثابت فنر بستگی دارد. اگر شتاب در جهت محور  $z$  اعمال شود مقدار جابجایی ناشی از آن از رابطه زیر بدست می آید:

$$Z = \frac{m \times a_z}{k_z} \quad (33)$$

هستند و یکی از اهداف کم کردن سطح اشغالی است با در نظر گرفتن مقدار کمی فضای اضافه جهت تغییر مکان وزنه اندازه سطح آن تعیین خواهد شد و با در نظر گرفتن فضایی که عرض هر فنر اشغال می‌کند تعداد انگشتی‌های قابل جاگذاری در هر ضلع قابل محاسبه خواهد بود. طول فنر  $k1$  (شکل ۶) به گونه‌ای انتخاب شده است که با جابجایی وزنه شانه‌ها به فنر برخورد نکنند. حال اگر عرض فنرها را با هم برابر بگیریم تنها دو مجهول باقی می‌ماند یکی طول فنر  $k2$  و دیگری عرض فنرها. با توجه به این توضیحات و هدف این پژوهش، با سعی و خطا توانستیم ابعادی را برای این دو مورد پیدا کنیم که هم خواسته‌های مسئله برآورده شود و هم اینکه طرح قابل ساخت باشد. با توجه به توضیحات فوق ضخامت جرم معلق، شانه‌ها و فنر  $50$  میکرون، عرض جرم  $600$  میکرون، عرض فنرها  $32$  میکرون، طول فنر  $k1$   $280$  میکرون، طول فنر  $k2$   $200$  میکرون، طول هر یک از شانه‌ها  $150$  میکرون و عرض هر شانه  $2$  میکرون لحاظ گردیده است.

مقدار ضریب سختی فنر در راستای هر سه محور برحسب ضخامت کلی طرح به صورت شکل ۸ است و چون ضریب سختی فنر در دو محور  $x$  و  $y$  کاملاً برابر هستند روی هم افتاده و دو نمودار دیده می‌شود.



شکل ۸. ضریب سختی فنر در راستای هر سه محور برحسب ضخامت

به این ترتیب این امکان وجود دارد که با توجه به روابط بیان شده، بین فرکانس طبیعی سیستم و ضخامت طرح رابطه‌ای استخراج کرد. این رابطه در شکل ۹ نشان داده شده است.

که در آن  $A_{sh}$  مساحت صفحه تشکیل دهنده خازن یک شانه،  $d_y$  فاصله هوایی اولیه بین شانه‌ها (بدون اعمال شتاب)،  $y$  مقدار جابجایی در اثر اعمال شتاب در راستای این محور و  $n_f$  تعداد انگشتی‌های هر طرف می‌باشد. بنابراین تغییرات خازن در راستای محور  $y$  برابر است با:

$$\Delta C_y = C_1 + C_3 - C_2 - C_4 \quad (40)$$

با جایگذاری روابط ۳۶ تا ۳۹ در رابطه ۴۰ داریم:

$$C_y = \frac{4n_f \epsilon A_{sh} y}{d_y^2 - y^2} \quad (41)$$

در اینجا هم جابجایی‌های بسیار کوچکتر از فاصله هوایی اولیه مورد نظر است و می‌توان از جمله  $y^2$  در مقابل  $d_y^2$  صرف‌نظر کرد در نتیجه با تقریب خوبی می‌توان نوشت:

$$\Delta C_y = \frac{4n_f \epsilon A_{sh}}{d_y^2} y \quad (42)$$

با استدلالی مشابه محاسبات بخش مربوط به محور  $Z$  می‌توان به رابطه حساسیت دست یافت و داریم:

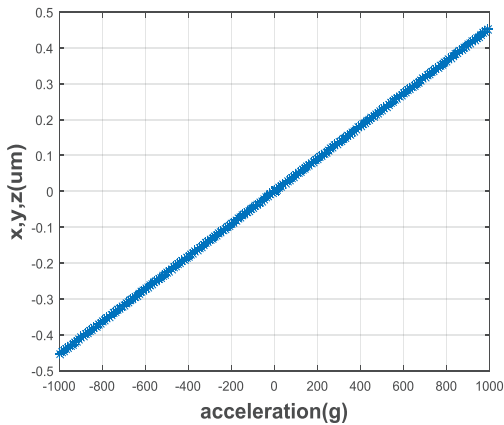
$$S_y = \frac{2n_f \epsilon A_{sh} m l_4^2 (l_1 l_2^2 + 3l_2 l_1 l_2^2)}{3d_y^2 \epsilon l_1 l_2 l_4^2 + l_4 (l_1 l_2^2 + 3l_2 l_1 l_2^2)} \quad (43)$$

در اینجا نیز می‌توان تابعی تعریف کرد که متغیر مستقل آن تغییرات خازن و مقدار خروجی آن شتاب اعمال شده باشد:

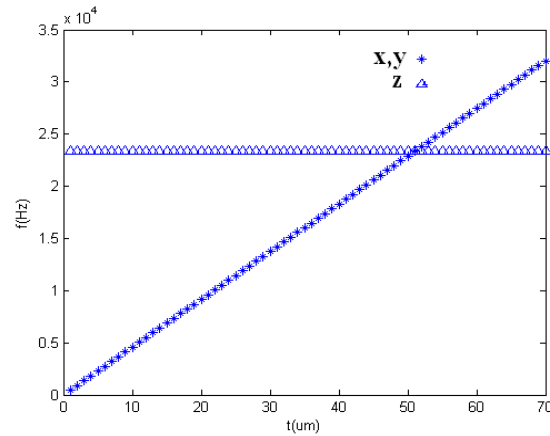
$$a_y = \frac{3d_y^2 \epsilon l_1 l_2 l_4^2 + l_4 (l_1 l_2^2 + 3l_2 l_1 l_2^2)}{2mn_f \epsilon A_{sh} l_4^2 (l_1 l_2^2 + 3l_2 l_1 l_2^2)} \times \Delta C_y \quad (44)$$

### بحث و بررسی نتایج

در این جا با توجه به هدف‌گذاری این پژوهش به طراحی شتاب‌سنجی با محدوده‌ی شتاب قابل اندازه‌گیری  $1000g$  و فرکانس کاری  $20kHz$  پرداختیم. در زمان طراحی توجه به نکاتی مانند این که ضخامت فنرها و جرم باید با هم برابر باشد و همچنین طول فنرها به گونه‌ای باشد که کمترین سطح را اشغال کند بسیار ضروری است. از آنجا که حداکثر ضخامت قابل لایه‌نشانی در مرحله ساخت برای این طرح  $50$  میکرومتر است و اینکه تمامی قسمت‌ها باید همزمان و هم‌اندازه لایه‌نشانی شوند ضخامت وزنه، شانه‌ها و فنر با هم برابر و به اندازه  $50$  میکرومتر در نظر گرفته شده است. همچنین حداکثر طول هر شانه برای اینکه بتواند در کاربرد عملی موثر واقع شود باید در نظر گرفته شود. به این ترتیب چون شانه‌ها از چهار طرف به وزنه وصل

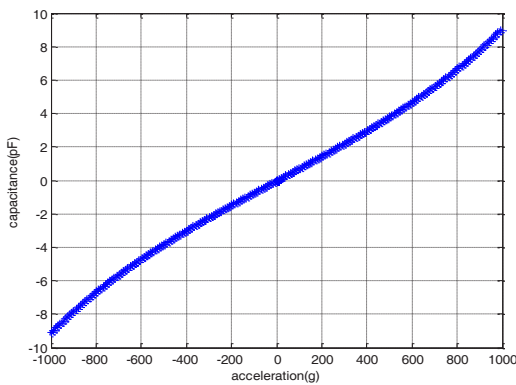


شکل ۱۱. رابطه شتاب اعمالی و جابجایی



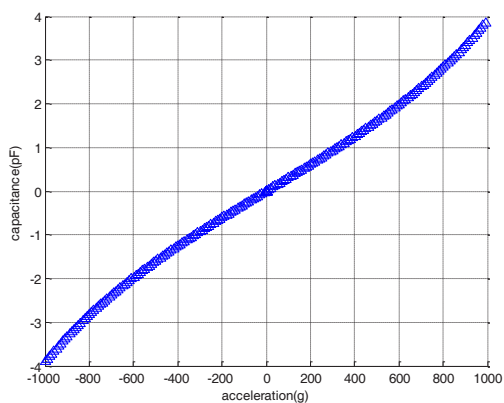
شکل ۹. تغییرات فرکانس برحسب تغییرات ضخامت کلی طرح

به این ترتیب رابطه‌ی بین شتاب و تغییرات ظرفیت خازن در راستای X و Y بصورت شکل ۱۲ حاصل می‌شود.



شکل ۱۲. رابطه شتاب در جهت محور X, Y با تغییرات خازن

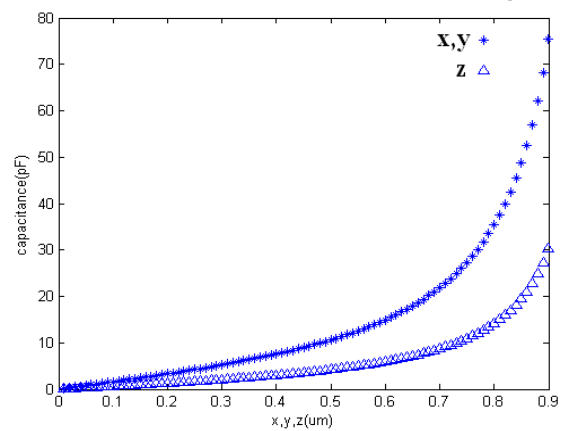
و همچنین برای محور Z شکل ۱۳ بیابانگر رابطه‌ی شتاب و تغییرات خازن است.



شکل ۱۳. رابطه شتاب در جهت محور Z با تغییرات خازن

در این حالت فرکانس طبیعی سیستم در راستای محور X و Y، 23.4kHz و راستای محور Z، 22.88kHz است که می‌توان گفت برای عملکرد سیستم تا 20kHz قابل قبول است. همچنین حساسیت سیستم در راستای محور X و Y 9ff/g و در راستای

ملاحظه می‌شود که رابطه ضریب سختی فنر و ضخامت در راستای دو محور X و Y به ترتیب درجه سوم و خطی است و این در حالیکه تغییرات فرکانس به صورت خطی و ثابت می‌باشد. علت این امر را می‌توان در رابطه‌ی مربوط به ضریب سختی فنر و همچنین وابستگی فرکانس به جرم و در نتیجه ضخامت طرح پیدا کرد. همچنین با جابجایی وزنه در جهت هر محور مقدار خازن مربوطه نیز تغییر خواهد کرد و همان‌طور که انتظار می‌رود رابطه به صورت نمایی خواهد بود شکل ۱۰ نمایانگر این موضوع است.



شکل ۱۰. مقدار خازن برحسب جابجایی جرم معلق

شکل ۱۱ به صورت همزمان اجرا شده است یعنی جابجایی در جهت هر سه محور همزمان بوده و نتایج نیز با هم استخراج شده است. اگر هر کدام از جابجایی‌ها را جداگانه اجرا کنیم نتیجه دقیقاً همین خواهد بود و این موضوع به خوبی نشان می‌دهد که در این طرح تاثیر شتاب در هر محور بر روی شتاب اندازه‌گیری شده سایر محور بسیار ناچیز است. رابطه شتاب اعمالی و جابجایی هم کاملاً خطی است و به صورت شکل ۱۲ خواهد بود. شیب این خط برابر نسبت جرم به فنر است.

جدول ۱: مقایسه طرح پیشنهادی با کارهای انجام شده

سال چاپ	دامنه محور x	دامنه محور y	دامنه محور z	s ff/g	سطح mm <sup>2</sup>
2007-[17]	+1g	+1g	+1g	1.08	1.14
2006-[18]	0	0	+5g	474	.92
2005-[19]	+1g	+1g	+1g	6800	63
2009-[20]	+5g	0	0	9500	33.2
1996-[21]	+5g	0	0	1.2	0.42
2004-[22]	0	0	+500g	1.1	1.21
2005-[23]	+100g	+100g	0	2	1.51
2013-[10]	+66g	0	+30g	10	1.16
This work	+1000g	+1000g	+1000g	9	1.2

است که دامنه‌ی دینامیکی تا 1000g و محدوده‌ی فرکانس کاری تا 20kHz را دربرگیرد. حساسیت بدست آمده در جهت محور Z مقدار 4ff/g و برای محورهای X و Y مقدار 9ff/g بدست آمده است. شایان ذکر است رنج دینامیکی و فرکانس کاری با هم رابطه‌ی مستقیم دارند و با افزایش یکی از آنها دیگری نیز افزایش می‌یابد و در صورتی که این دو را افزایش دهیم مقدار حساسیت کاهش می‌یابد. اگر بخواهیم هر یک از این فاکتورها را برای کاربردی خاص تغییر دهیم می‌توانیم از همین ساختار استفاده کرده و با بکارگیری روابط ذکر شده فقط ابعاد هندسی فنر را تغییر دهیم.

## مراجع

- [1] W. Yuan, H. Chang, W. Li, B. Ma, "Application of an Optimization Methodology for Multidisciplinary System Design of Microgyroscopes," *Journal of Microsystem Technologies*, Springer, vol. 12, pp. 315-323, 2006.
- [2] j. Marek, H. P. Trah, Y. Suzuki, I. Yokomori, "Sensors for Automotive Applications," vol. 4, Wiley Press, 2005.
- [3] J. J. Allen "Microelectromechanical System Design," 1st Edition, CRC press, 2005.
- [4] S. Beeby, G. Ensell, M. Kraft and N. White, MEMS Mechanical Sensors, Artech House Press, 2004.
- [5] P. Ashok Kumar, G.K.S. Prakash Raaju and K. Srinivasa Rao, "Design and Simulation of Capacitive Type Comb-Drive Accelerometer To Detect Heart Beat Frequency," *Int J Biosen Bioelectron*, vol. 2, pp. 90-91, 2017.
- [6] G. Lammel, "The Future of MEMS Sensors in our Connected World," 28th IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS), pp. 61-64, 2015.

محور z 4ff/g است که در مقابل سایر کارهای انجام‌شده از برتری خوبی برخوردار است. در جدول ۱ خصوصیات این طرح پیشنهادی با شتاب سنج های کارهای انجام شده قبلی مقایسه شده است.

## نتیجه گیری

در این مقاله یک شتاب‌سنج خازنی سه محوره با استفاده از تکنولوژی سیستم های میکروالکترومکانیکی ارائه شده است. اینکه سنسور بتواند علاوه بر اندازه گیری شتاب جهت آن را نیز به تفکیک مشخص کند یک قابلیت بسیار مهم است. در این ساختار اندازه گیری شتاب در هر سه محور، همزمان با استفاده از یک سیستم جرم و فنر انجام می‌شود که این مهم موجب گردیده تا بتوانیم در حداقل سطح اشغالی به حساسیت بالا بدون از دست دادن سایر فاکتورهای شتاب‌سنج دست پیدا کنیم. در طراحی این شتاب‌سنج تعداد ده گروه خازنی مورد استفاده قرار گرفته است، که دو تا از این خازن‌ها برای محاسبه شتاب در راستای محور Z استفاده شده است و برای هر یک از محورهای X و Y چهار گروه خازنی در نظر گرفته شده است. علت بکار گیری گروه های مختلف خازنی این است که سنسور علاوه بر اندازه گیری شتاب در جهت هر محور بتواند مقدار شتاب هر محور را بصورت تفکیک شده و دقیق تشخیص دهد، همچنین با بکار گیری تفاضل در این ساختار تاثیر شتاب هر محور بر شتاب اندازه گیری شده سایر محورها بسیار ناچیز شده است.

اگر هر عامل بیرونی مثل امواج الکترومغناطیسی مقدار تک تک خازن ها را تغییر دهد مقدار خروجی اصلی خازن اندازه گیری شده جهت تشخیص شتاب تغییر نخواهد کرد یعنی طراحی بگونه ای انجام شده است که نه تنها شتاب هر محور بر محورهای دیگر تاثیری ندارد بلکه عوامل بیرونی نیز نمی‌تواند اختلالی در عملکرد سیستم ایجاد کند. از دیگر مشخصات رایج و با اهمیت یک شتاب‌سنج می‌توان به دامنه‌ی دینامیکی، محدوده فرکانس کاری و حساسیت اشاره کرد. در اینجا طراحی به گونه‌ای انجام شده

- [17] H. Hamaguchi, K. Sugano, T. Tsuchiya and O. Tabata, "A Differential Capacitive Three Axis Soi Accelerometer Using Vertical Comb Electrodes", IEEE International Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference, pp. 1483-1486, 2007.
- [18] B. Bais, B. Y. Majlis, "Structure Design and Fabrication of an Area changed Bulk Micromachined Capacitive Accelerometer", IEEE International Conference on Semiconductor Electronics, pp. 29-34, 2006.
- [19] J. Chae, H. Kulah and K. Najafi, "A Monolithic Three-Axis Micro-g Micromachined Silicon Capacitive Accelerometer", Journal of Microelectromechanic Systems, vol. 14, no 2, pp. 235-241, 2005.
- [20] I. Zeimpekis, M. Kraft, "Single Stage Deflection Amplification Mechanism in a SOG Capacitive Accelerometer", Journal of Procedia Chemistry, Elsevier, vol. 1, pp. 883-886, 2009.
- [21] K.H.-L. Chau, S.R. Lewis, Y. Zhao, R.T. Howeb, S.F. Bart, R.G. Marcheselli, "An Integrated Force-Balanced Capacitive Accelerometer for Low-g Applications", Proceedings of the International Solid-State Sensors and Actuators Conference, pp. 472-476, 1996.
- [22] T. Tsuchiya, H. Funabashi, "A Z-Axis Differential Capacitive SOI Accelerometer with Vertical Comb Electrodes" 17th IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems, pp. 378-383, 2004.
- [23] P. Bruschi, A. Nannini, D. Paci, F. Pieri, "A Method for Cross-Sensitivity and Pull-In Voltage Measurement of MEMS Two-Axis Accelerometers" Sensors and Actuators A: Physical, Elsevier, vol. 123-124, pp.185-193, 2005.
- [7] M. Kraft, "Closed-loop Accelerometer Employing Oversampling Conversion," PhD Thesis, Coventry University, 1996.
- [8] M. S. Moghadam, H. Arefi, K. Mafinezhad, "A New Design and Optimization of Capacitive MEMS Accelerometer," International Journal of Simulation: Systems, Science & Technology, vol. 15, pp.23-32, 2014.
- [9] Y. Terzioglu, T. Kose, K. Azgin and T. Akin, "Simple Out-of-Plane Capacitive MEMS Accelerometer Utilizing Lateral and Vertical Electrodes for Differential Sensing," 2015 IEEE Sensors, pp. 1-4, 2015.
- [10] H. Tavakoli, E. A. Sani, "A New Method for Eliminating cross Axis Sensitivity in Two Axis Capacitive Micromachined Accelerometers," 2013 21st Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), vol. 2, pp.595-598, 2013.
- [11] V. Benevicius, V. Ostasevicius and R. Gaidys "Identification of Capacitive MEMS Accelerometer Structure Parameters for Human Body Dynamics Measurements," Sensors Journal, vol. 13, pp. 11184-11195, 2013.
- [12] S. Tez, U. Aykutlu, M. M. Torunbalci and T. Akin "A Bulk-Micromachined Three-Axis Capacitive MEMS Accelerometer on a Single Die," IEEE Journal of Microelectromechanical Systems, vol. 24, no. 5, pp. 1264-1274, 2015.
- [13] C. Acar, A. Shkel, "MEMS Vibratory Gyroscopes," Springer Publishing Company, 2008.
- [14] M. Bao, H. Yang, "Squeeze film air damping in MEMS," Journal of Sensors and Actuators, journal, Elsevier, vol. 136, pp. 3-27, 2007.
- [15] H. G. Momen, H. Tavakoli, E. A. Sani, "A 3-Axis MEMS Capacitive Accelerometer Free of Cross Axis Sensitivity," 2016 24th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), pp. 1491-1494, 2016.
- [16] X. Zhou, L. Che, S. Liang, Y. Lin, X. Li and Y. Wang, "Design and Fabrication of a MEMS Capacitive Accelerometer with Fully Symmetrical Double-Sided H-Shaped Beam Structure," Journal of Microelectronic Engineering, Elsevier, vol. 131, pp. 51-57, 2015.