

میدان مغناطیسی یک منبع خطی تعبیه شده داخل استوانه‌ای دارای ضرایب نفوذپذیری مغناطیسی و گذردهی الکتریکی

نزدیک صفر و روش تصویر

مصطفی قلیزاده^۱، دکتر محسن غفاری میاب^۲

^۱ کارشناسی ارشد برق مخابرات، دانشگاه تربیت مدرس

^۲ استادیار دانشکده‌ی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، mghaffari@modares.ac.ir

چکیده

در این مقاله میدان مغناطیسی ناشی از یک منبع جریان خطی تعبیه شده داخل یک استوانه‌ای دارای نفوذپذیری مغناطیسی (μ) و گذردهی الکتریکی (ϵ) نزدیک صفر یا به طور اختصاری 'MENZ'، با توجه به کاربرد این ساختار در انتشار همادوس^۲ امواج الکترومغناطیسی، مورد مطالعه قرار گرفته است. ابتدا روابط تحلیلی میدان مغناطیسی برای هر دو محیط داخل و بیرون استوانه‌ی MENZ با استفاده از معادلات ماکسول به دست می‌آید. سپس اثبات می‌شود که میدان مغناطیسی داخل ناحیه‌ی MENZ را می‌توان با استفاده از روش تصویر به دست آورد و بار دیگر رابطه‌ی به شکل بسته‌ی میدان مغناطیسی داخل استوانه‌ی MENZ با استفاده از روش تصویر استخراج می‌شود. در پایان، این رابطه با نتایج شبیه‌سازی عددی مبتنی بر روش اجزا محدود مقایسه می‌شود تا درستی نتایج عددی محک زده شود. مشاهده می‌شود که نتایج تحلیلی و عددی با هم تطابق بالایی دارند.

کلیدواژه

فرامواد دارای گذردهی الکتریکی نزدیک صفر، فرامواد دارای نفوذپذیری مغناطیسی و گذردهی الکتریکی نزدیک صفر، فرامواد دارای ضریب شکست صفر، منبع جریان خطی ثابت، روش تصویر.

مقدمه

دست آوردن انتشار با سمت‌گرایی بالا اثبات و در آن برای تحقق عملی این فرامواد از شبکه‌های فلزی بهره برداری شده است و نشان داده شده که می‌توان با آن سمت‌گرایی تشعشی یک آنتن دوقطبی بسیار کوچک را افزایش داد [۳]. علاوه بر دوقطبی بسیار کوچک، برای یک منبع جریان خطی نیز نشان داده شده که اگر داخل یک محیط با گذردهی پایین تعبیه شده باشد، تشعشع با سمت‌گرایی بالا به دست می‌آید [۴]. به علاوه، امکان استفاده از لنزهای ENZ برای کنترل الگوی فاز تشعشی امواج الکترومغناطیسی برای ساختارهای دارای هندسه‌ی ساده به صورت تحلیلی و برای چند ساختار دیگر با شکل پیچیده‌تر با شبیه‌سازی عددی مورد بررسی قرار گرفته است [۵]. بدیهی

در سال‌های اخیر، ساختارهای فرامواد دارای پارامتر(های) نزدیک صفر^۳ (فرامواد دارای گذردهی الکتریکی و/یا نفوذپذیری مغناطیسی نزدیک صفر^۴ یا به طور کلی فرامواد دارای ضریب شکست صفر^۵ ZIM) با توجه به ویژگی‌های منحصر به فردشان به طور گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گرفته و کاربردهای مختلفی برای آن‌ها معرفی شده است [۱، ۲]. از جمله مهمترین کاربردهای معرفی شده برای این نوع فرامواد، استفاده از آن‌ها برای افزایش سمت‌گرایی تشعشع امواج الکترومغناطیسی می‌باشد. در یکی از اولین مطالعات در این زمینه، امکان استفاده از فرامواد دارای گذردهی پایین (مثبت و کمتر از یک) برای به

^۱ MENZ: Mu and Epsilon Near Zero

^۲ Coherent

^۳ Near Zero Parameters

^۴ Metamaterials with near zero permittivity and/or permeability

^۵ ZIM: Zero Index Metamaterial

آن‌ها مانند لنز ENZ عمل می‌کنند. همچنین از شبکه‌های مسی نازک^{۱۱} و فوم^{۱۲} [۱۴] و محیط‌های سیمی^{۱۳} [۱۵، ۱۶] برای پیاده‌سازی لنزهای ENZ به منظور بالا بردن بهره^{۱۴} و فشرده‌سازی آنتن‌های شیپوری بهینه^{۱۵} استفاده شده است. طراحی ZIM تطبیق امپدانس داده شده نیز برای اولین بار در [۱۷] و با تعبیه کردن میله‌های دی‌الکتریک^{۱۶} داخل یک محیط ENZ، ارائه شده است. این نوع از ZIMها که در آنها نفوذپذیری مغناطیسی و گذردهی الکتریکی هر دو به صورت همزمان نزدیک صفر هستند، فرامواد دارای نفوذپذیری مغناطیسی و گذردهی الکتریکی نزدیک صفر، MENZ، نیز نامیده می‌شوند. اگرچه نفوذپذیری مغناطیسی و گذردهی الکتریکی ساختار مطرح شده در [۱۷] به صورت مؤثر^{۱۷} به سمت صفر میل می‌کنند، ولی ناظر واقع در محیط بیرون این ساختار نمی‌تواند فرقی بین آن و محیط MENZ همگن^{۱۸} واقعی قائل شود [۱۸]. یکی از مهمترین مزیت‌های تحقق ساختار MENZ با استفاده از این روش این است که تعداد و مکان میله‌های دی‌الکتریک تعبیه شده داخل ENZ می‌تواند دلخواه باشد [۱۷، ۱۸].

اتصال دو موجبر با استفاده از یک کانال باریک ENZ، یکی از کاربردهایی است که در گذشته برای ENZ مطرح و به دو صورت تئوری و عملی مورد بررسی قرار داده شده است [۱۹-۲۳]. تنها شرط لازم برای عبور موج از این کانال ENZ باریک بودن آن است و نشان داده شده است که حتی با وجود خمیدگی‌های تیز در کانال نیز موج به طور کامل از آن منتقل می‌شود [۲۳]. برای فرامواد MENZ نیز به دو صورت تئوری و عملی نشان داده شده است که با استفاده از آن‌ها می‌توان دو موجبر را به هم متصل کرد [۱۸، ۲۴]. تفاوت آن با اتصال ENZ در این است که برای انتقال کامل موج از یک موجبر به موجبر دیگر، نیازی نیست که اتصال MENZ به صورت یک کانال باریک باشد و می‌تواند هر شکل و اندازه‌ی دلخواهی به خود بگیرد [۱، ۱۸، ۲۴].

است که با کنترل الگوی فاز می‌توان سمت‌گرایی تشعشع امواج الکترومغناطیسی را در جهت‌های مختلف کنترل کرد.

علاوه بر استفاده در ساخت لنز و افزایش سمت‌گرایی آنتن‌ها کاربرد دیگری که برای این دسته از فرامواد در نظر گرفته شده، کنترل میزان انتقال موج داخل ساختارهای موجبری می‌باشد. در مطالعات گذشته نشان داده شده است که می‌توان با تعبیه کردن موادی چون یک هادی الکتریکی کامل، PEC^۶، هادی مغناطیسی کامل، PMC^۷، و یا حتی مواد دی‌الکتریک داخل یک محیط متشکل از فرامواد دارای گذردهی الکتریکی و/یا نفوذپذیری مغناطیسی نزدیک صفر، انتقال کامل و یا بازتاب کامل موج الکترومغناطیسی در یک ساختار موجبری به دست آورد و با این کار عبور امواج را کنترل کرد [۶-۹]. از جمله کاربردهایی که برای این نوع ساختارهای موجبری شامل فرامواد در نظر گرفته شده، استفاده در پنهان‌سازی اشیا [۶] و ساخت حسگرها [۷] می‌باشد. استفاده از مواد دی‌الکتریک برای کنترل انتقال موج، ابتدا با به کار بردن فرامواد دارای ضریب شکست صفر تطبیق امپدانس داده شده، MIZIM^۸، پیشنهاد شد [۷] و نشان داده شده که با تنظیم اندازه حفره‌ها و ماده‌ی داخل آن‌ها، انتقال و یا انعکاس کامل می‌تواند به دست آید. سپس با توجه به سخت بودن تحقق MIZIM، امکان استفاده از فرامواد دارای گذردهی الکتریکی نزدیک صفر ENZ^۱ به جای آن در [۸] مورد بررسی قرار داده شده است. همچنین در مرجع [۹] نشان داده شده که میدان‌های داخل حفره‌های تعبیه شده در [۷، ۸] اشتباه در نظر گرفته شده‌اند و عبارت تحلیلی میدان‌های داخل حفره‌ها در این مرجع اصلاح شده است.

در سالهای گذشته، چندین ساختار برای تحقق و ساخت لنزهای ENZ پیشنهاد شده است. صفحات هادی^{۱۰} دارای شکل و فاصله-ی مناسب از هم [۱۰] و آرایه‌های موجبری که در نزدیکی فرکانس قطع‌شان هستند [۱۱-۱۳] از جمله‌ی این ساختارها هستند که با توجه به بی‌نهایت بودن صورت فاز موج عبوری از

^{۱۳} Wire-medium
^{۱۴} Gain
^{۱۵} Optimum Horn Antenna
^{۱۶} Dielectric Rods
^{۱۷} Effective
^{۱۸} Homogeneous

^۶ PEC: Perfect Electric Conductor
^۷ PMC: Perfect Magnetic Conductor
^۸ MIZIM: Matched Impedance Zero Index Metamaterial
^۹ ENZ: Epsilon Near Zero
^{۱۰} Conducting Plates
^{۱۱} Thin Copper Grids
^{۱۲} Foam

در [۲۷] مورد بررسی قرار گرفته است. اگرچه بررسی عددی یک ساختار در جای خود ارزشمند می‌باشد، ارائه‌ی راه حل تحلیلی برای یک مسئله‌ی الکترومغناطیسی فواید زیادی می‌تواند داشته باشد. به عنوان مثال با استفاده از راه‌حل‌های تحلیلی می‌توان زمان محاسبه و پیچیدگی محاسباتی در مطالعات عددی را کاهش داد [۳۱-۳۳]. با توجه به اهمیتی آشکار که کارهای تحلیلی دارند، به دست آوردن رابطه‌ی تحلیلی توزیع میدان‌های الکترومغناطیسی این ساختار استوانه‌ای برای منابع خطی که لزوماً روی محور قرار ندارد نیز، موضوع ارزشمندی می‌باشد. رابطه‌ی به شکل بسته توزیع میدان الکتریکی این ساختار قبلاً به دست آمده است [۳۴]. با توجه به مجزا بودن میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی از هم، رابطه‌ی میدان مغناطیسی داخل MENZ را نمی‌توان مستقیماً از روی رابطه‌ی میدان الکتریکی آن به دست آورد.

در این مقاله، ابتدا با استفاده از روش ارائه شده در [۳۴] رابطه‌ی به شکل بسته میدان مغناطیسی استوانه‌ی MENZ به دست آورده می‌شود. علاوه بر روش فوق، راه حل تحلیلی دیگری نیز با بهره برداری از روش تصویر برای به دست آوردن رابطه‌ی میدان مغناطیسی ساختار مورد بررسی ارائه می‌شود. تفاوت روش تصاویر با روش تحلیلی اول در این است که در روش تصاویر ابتدا ضرایب گذرده‌ی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی به سمت صفر میل داده شده و سپس معادلات ماکسول برای پیدا کردن میدان مغناطیسی حل می‌شود، در حالی که در روش تحلیلی اول، ابتدا معادلات ماکسول حل و سپس ضرایب گذرده‌ی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی به سمت صفر میل داده می‌شوند تا روابط مربوط به ساختار MENZ به دست آورده شوند. روابط تحلیلی بدست آمده با نتایج شبیه‌سازی عددی مقایسه شده و نشان داده می‌شود که نتایج راه حل تحلیلی ارائه شده و نتایج شبیه‌سازی با یکدیگر مطابقت دارند. نتایج تحلیلی ارائه شده علاوه بر اثبات درستی نتایج شبیه‌سازی‌های عددی گذشته، می‌توانند به عنوان معیار دقت برای روش‌های عددی مختلف مورد استفاده قرار گیرند. در گذشته روش تصاویر بیشتر برای حل مسائل دارای شرایط مرزی هادی الکتریکی کامل و یا هادی مغناطیسی کامل به کار گرفته شده است. همچنین روش تصاویر برای حل مسائلی که دارای شرایط مرزی معادل با شرایط مرزی

علاوه بر بررسی و به کار بردن فرامواد MENZ در ساختارهای موجبری، انتشار امواج الکترومغناطیسی در ساختارهای MENZی که در فضای آزاد قرار داده شده‌اند نیز در گذشته مورد توجه قرار گرفته است و کاربردهای متعددی در زمینه‌ی انتشار امواج برای آنها پیشنهاد شده است که از جمله‌ی آنها می‌توان به افزایش سمت‌گرایی [۲۵]، شکل‌دهی به الگوی تشعشع [۲۶] و انتشار همدوس امواج ناشی از منابع مختلف [۲۷] اشاره کرد. در این راستا انتشار امواج الکترومغناطیسی در ساختارهای دارای هندسه‌ی کانونی به صورت تحلیلی و عددی و برای ساختارهای پیچیده‌تر به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. استوانه‌ی MENZ از جمله‌ی ساختارهای کانونی است که در گذشته مورد بررسی قرار داده شده است. از جمله کارهایی که می‌توان به آن اشاره کرد، بررسی تحلیلی میدان‌های پراکندگی ناشی از برخورد امواج صفحه‌ای به استوانه‌ی MENZ می‌باشد [۲۸]، که اخیراً نیز پیاده‌سازی و تحقق عملی آن با استفاده از روشی که برای تحقق MENZ در [۱۷] ارائه شده، به صورت تحلیلی و عددی مورد بررسی قرار گرفته است [۲۹]. به طور کلی این مطالعات صورت گرفته روی انتشار امواج الکترومغناطیسی در ساختارهای MENZی که در فضای آزاد قرار داده شده‌اند، به دو دسته قابل تفکیک می‌باشند. دسته‌ی اول مسائلی هستند که در آن‌ها منبع الکترومغناطیسی در بیرون از ساختار MENZ قرار دارد و میدان‌های پراکندگی و عبوری از ساختار MENZ در آنها مورد بررسی قرار داده شده است و دسته‌ی دوم مسائلی هستند که منبع داخل ساختار MENZ قرار دارد و تشعشع می‌کند. از این رو علاوه بر بررسی پراکندگی امواج برخورد کننده با استوانه‌ی MENZ، انتشار منابع الکترومغناطیسی تعبیه شده داخل آن نیز در گذشته مورد مطالعه قرار داده شده است. در یکی از اولین کارهایی که در زمینه‌ی MENZ صورت گرفته، عبارت تحلیلی میدان‌های الکترومغناطیسی ناشی از یک منبع جریان خطی که داخل یک استوانه‌ی MENZ تعبیه شده، با این فرض که منبع خطی در روی محور استوانه قرار دارد، به صورت تحلیلی به دست آورده شده است [۳۰]. با توجه به کاربرد ساختار MENZ برای انتشار همدوس امواج الکترومغناطیسی، میدان الکتریکی ناشی از منابع خطی تعبیه شده داخل یک استوانه‌ی MENZ که لزوماً روی محور استوانه قرار ندارند نیز، با استفاده از شبیه‌سازی عددی

[۳۴].

بنابراین با توجه به معادلات ماکسول و رابطه ی فوق، میدان مغناطیسی ناحیه ی بیرون استوانه ($a \leq \rho$) به صورت

$$H(\rho, \varphi) = \frac{I}{2\pi a} \frac{H_1^{(2)}(k_0 \rho)}{H_1^{(2)}(k_0 a)} \hat{\phi}, \quad (2)$$

به دست می آید. از روابط فوق واضح است که میدان های الکترومغناطیسی بیرون استوانه به این که منبع در کدام نقطه از داخل استوانه ی MENZ قرار دارد، بستگی ندارند. با جاگذاری $\rho = a$ در رابطه ی (۲) میدان مغناطیسی روی مرز ناحیه ی استوانه ای MENZ به صورت

$$H(a, \varphi) = \frac{I}{2\pi a} \hat{\phi}, \quad (3)$$

قابل محاسبه است که همان طور که مشاهده می شود در سرتاسر مرز مقدار ثابتی می باشد.

در فرامواد MENZ میدان های الکتریکی و مغناطیسی از هم مجزا شده و دو معادله ی کرل ماکسول به صورت زیر در می آیند:

$$\nabla \times E = 0, \quad (4)$$

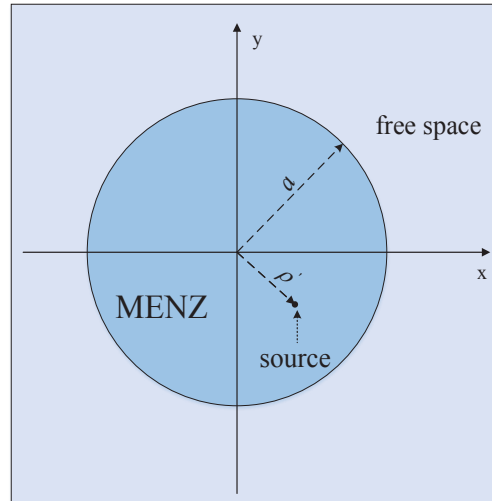
$$\nabla \times H = J. \quad (5)$$

با توجه به روابط فوق واضح است که نمی توان در داخل استوانه، همانند فضای بیرون استوانه با یک عملیات ریاضی ساده روی میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی را به دست آورد. یک روش برای به دست آوردن آن حل معادله ی (۵) با در نظر گرفتن شرایط مرزی می باشد که در قسمت بعدی با استفاده از روش تصاویر انجام داده خواهد شد. راه حل دیگر استفاده از روابط ساختار قبل از میل دادن μ و ϵ به سمت صفر است. روند کلی کار این است که با استفاده از روابط (۵)، (۶) و (۷) مرجع شماره ی [۳۴] رابطه ی عمومی میدان الکتریکی برای ساختار بدون در نظر گرفتن استوانه به صورت MENZ به دست آورده می شود و سپس از روی آن روابط میدان مغناطیسی استخراج می شود. به دلیل زیاد و طولانی بودن روابط و سراسر بودن مراحل انجام محاسبات و برای رعایت ایجاز از آوردن آن ها در اینجا خودداری شده است. حال اگر μ و ϵ به سمت صفر میل داده شوند، مؤلفه ی شعاعی میدان مغناطیسی در ناحیه ی $0 \leq \rho \leq \rho'$ به صورت

$$H_\rho(\rho, \varphi) = \frac{-I}{2\pi \rho} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\rho}{\rho'} \right)^n + \left(\frac{\rho \rho'}{a^2} \right)^n \right) \sin n(\varphi - \varphi'), \quad (6)$$

و در $\rho' \leq \rho \leq a$ به صورت

هادی الکتریکی کامل و یا هادی مغناطیسی کامل هستند، به کار گرفته شده است [۳۵]. تا آنجایی که می دانیم این برای اولین بار است که روش تصاویر برای این گونه ساختار استوانه ای از فرامواد که منبع تشعشع کننده داخل آن و در نقطه ای دلخواه قرار دارد، به کار می رود.



شکل ۱. نمای دو بعدی یک منبع خطی قرار داده شده در (ρ', φ') داخل یک استوانه ی MENZ به شعاع a

مطالعه ی تحلیلی ساختار

بررسی معادلات ماکسول و میدان های الکترومغناطیسی ساختار

مطابق شکل ۱، یک منبع جریان خطی که در مختصات (ρ', φ') داخل یک ناحیه ی استوانه ای MENZ بی نهایت طولی به شعاع a قرار دارد را در نظر بگیرید. می توان نشان داد که میدان الکتریکی ساختار به صورت زیر می باشد [۳۴]:

$$E(\rho, \varphi) = \begin{cases} -\frac{iI \eta_0 H_0^{(2)}(k_0 a)}{2\pi a H_1^{(2)}(k_0 a)} \hat{z} & (0 \leq \rho \leq a) \\ -\frac{iI \eta_0 H_0^{(2)}(k_0 \rho)}{2\pi a H_1^{(2)}(k_0 a)} \hat{z} & (a \leq \rho \leq \infty) \end{cases}, \quad (1)$$

که در آن I دامنه ی منبع، η_0 امپدانس ذاتی فضای آزاد، k_0 عدد موج فضای آزاد و $H_0^{(2)}$ و $H_1^{(2)}$ به ترتیب توابع هنکل نوع دوم از مرتبه ی صفر و یک می باشند. برای به دست آوردن رابطه ی فوق ابتدا معادله ی هلمهلتز^{۲۰} برای ساختار مورد نظر با اعمال شرایط مرزی، روی مرز استوانه ی MENZ و همچنین مرز دربرگیرنده ی محل منبع حل و سپس با میل دادن همزمان μ و ϵ به سمت صفر رابطه ی مورد نظر به دست آورده شده است

^{۲۰} Helmholtz wave equation

$$H_{\varphi}(a, \varphi) = \frac{I}{2\pi a} \quad (16)$$

همان طوری که در رابطه‌ی (۱۵) مشاهده می‌شود، مؤلفه‌ی شعاعی میدان مغناطیسی روی مرز استوانه غیر صفر می‌باشد. با توجه به رابطه‌ی (۲)، مؤلفه‌ی شعاعی میدان مغناطیسی در بیرون از استوانه صفر می‌باشد. در نتیجه این مؤلفه از میدان روی مرز استوانه لزوماً پیوسته نمی‌باشد. باید به این نکته توجه کرد که لزومی هم ندارد که این مؤلفه روی مرز پیوسته باشد، زیرا در شرایط مرزی شرط پیوستگی برای مؤلفه‌های عمودی چگالی شار مغناطیسی اعمال می‌شود و نه میدان مغناطیسی. با توجه به صفر بودن نفوذپذیری مغناطیسی استوانه، مؤلفه‌ی عمودی چگالی شار مغناطیسی داخل استوانه صفر می‌باشد. همچنین با توجه به صفر بودن مؤلفه‌ی شعاعی میدان مغناطیسی در فضای آزاد، مؤلفه‌ی عمودی چگالی شار مغناطیسی بیرون استوانه نیز صفر می‌باشد. در نتیجه با توجه به رابطه‌ی (۲) شرط مرزی پیوستگی مؤلفه‌ی عمودی چگالی شار مغناطیسی به صورت خودکار برقرار می‌باشد. به عبارت دیگر مؤلفه‌ی عمودی چگالی شار مغناطیسی روی مرز استوانه‌ی MENZ صفر می‌باشد. همچنین با مقایسه‌ی روابط (۲) و (۱۶) مشاهده می‌شود که شرایط مرزی برای میدان مغناطیسی مماسی روی مرز برقرار است.

میدان مغناطیسی در داخل استوانه و روش تصاویر

در دسته‌ای از مسائل الکترومغناطیس با توجه به مشکل بودن برقراری شرایط مرزی با حل مستقیم معادله‌ی ماکسول، شرایط سطوح مرزی با جایگزینی منابع تصویر مناسب در یک محیط همگن اقلان می‌شود که به آن روش تصاویر می‌گویند. به دست آوردن میدان الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای در حضور یک صفحه‌ی هادی، میدان الکتریکی ناشی از یک بار خطی در حضور یک استوانه‌ی هادی موازی با آن و همچنین میدان الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای در حضور یک کره‌ی هادی، از جمله کاربردهای روش تصاویر در مسائل الکتریسته‌ی ساکن می‌باشد [۳۶]. در این مسائل صفحه، استوانه و یا کره‌ی هادی برداشته شده و به جای آن بار و یا بارهای الکتریکی تصویر در محل‌های مناسب به گونه‌ای قرار داده می‌شوند که شرایط مرزی مسئله اقلان گردد. در نتیجه مسئله‌ی مورد نظر به مسئله‌ی یافتن میدان الکتریکی ناشی از بارهای الکتریکی در فضای آزاد تبدیل می‌شود که جواب آن شناخته شده است. همچنین با استفاده از روش تصاویر تشعشع منابع الکترومغناطیسی در حضور یک صفحه‌ی هادی کامل نیز قابل بررسی می‌باشد [۳۷]. در قسمت قبلی ابتدا روابط میدان مغناطیسی برای ساختار به دست آورده شده و سپس با میل دادن ضرایب گذردهی و نفوذپذیری به سمت صفر روابط مربوط به ساختار MENZ به دست آورده شد. در این

$$H_{\rho}(\rho, \varphi) = \frac{-I}{2\pi\rho} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(\frac{\rho'}{\rho} \right)^n + \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right)^n \right) \sin n(\varphi - \varphi') \right), \quad \rho' \leq \rho \leq a, \quad (7)$$

به دست می‌آیند. مؤلفه‌ی زاویه‌ای میدان مغناطیسی نیز به صورت

$$H_{\varphi}(\rho, \varphi) = \frac{-I}{2\pi\rho} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(\frac{\rho'}{\rho} \right)^n + \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right)^n \right) \cos n(\varphi - \varphi') \right), \quad 0 \leq \rho \leq \rho', \quad (8)$$

و

$$H_{\varphi}(\rho, \varphi) = \frac{I}{2\pi\rho} + \frac{I}{2\pi\rho} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(\frac{\rho'}{\rho} \right)^n - \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right)^n \right) \cos n(\varphi - \varphi') \right), \quad \rho' \leq \rho \leq a. \quad (9)$$

محاسبه می‌شود. همچنین داریم:

$$H_z(\rho, \varphi) = 0, \quad 0 \leq \rho \leq a. \quad (10)$$

از طرفی با توجه به رابطه‌ی سری هندسی نامتناهی روابط زیر قابل استخراج هستند:

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \sin n\varphi = \frac{r \sin \varphi}{1+r^2-2r \cos \varphi}, \quad |r| < 1 \quad (11)$$

و

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \cos n\varphi = \frac{r \cos \varphi - r^2}{1+r^2-2r \cos \varphi}, \quad |r| < 1. \quad (12)$$

با استفاده از روابط (۶) تا (۱۲) روابط زیر برای میدان مغناطیسی داخل استوانه به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} H(\rho, \varphi) &= \frac{-I}{2\pi\rho} \left(\frac{\left(\frac{\rho'}{\rho} \right) \sin(\varphi - \varphi')}{1 + \left(\frac{\rho'}{\rho} \right)^2 - 2 \left(\frac{\rho'}{\rho} \right) \cos(\varphi - \varphi')} + \frac{\left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right) \sin(\varphi - \varphi')}{1 + \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right)^2 - 2 \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right) \cos(\varphi - \varphi')} \right) \hat{\rho} + \\ & \frac{-I}{2\pi\rho} \left(\frac{\left(\frac{\rho'}{\rho} \right) \cos(\varphi - \varphi') - \left(\frac{\rho'}{\rho} \right)^2}{1 + \left(\frac{\rho'}{\rho} \right)^2 - 2 \left(\frac{\rho'}{\rho} \right) \cos(\varphi - \varphi')} + \frac{\left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right) \cos(\varphi - \varphi') - \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right)^2}{1 + \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right)^2 - 2 \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right) \cos(\varphi - \varphi')} \right) \hat{\varphi}, \quad 0 \leq \rho \leq \rho' \end{aligned} \quad (13)$$

و

$$\begin{aligned} H(\rho, \varphi) &= \frac{-I}{2\pi\rho} \left(\frac{\left(\frac{\rho'}{\rho} \right) \sin(\varphi - \varphi')}{1 + \left(\frac{\rho'}{\rho} \right)^2 - 2 \left(\frac{\rho'}{\rho} \right) \cos(\varphi - \varphi')} + \frac{\left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right) \sin(\varphi - \varphi')}{1 + \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right)^2 - 2 \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right) \cos(\varphi - \varphi')} \right) \hat{\rho} + \\ & \frac{I}{2\pi\rho} \left(1 + \frac{\left(\frac{\rho'}{\rho} \right) \cos(\varphi - \varphi') - \left(\frac{\rho'}{\rho} \right)^2}{1 + \left(\frac{\rho'}{\rho} \right)^2 - 2 \left(\frac{\rho'}{\rho} \right) \cos(\varphi - \varphi')} - \frac{\left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right) \cos(\varphi - \varphi') - \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right)^2}{1 + \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right)^2 - 2 \left(\frac{\rho\rho'}{a^2} \right) \cos(\varphi - \varphi')} \right) \hat{\varphi}, \quad \rho' \leq \rho \leq a. \end{aligned} \quad (14)$$

با اندکی عملیات ریاضی معلوم می‌شود که روابط (۱۳) و (۱۴) با هم یکسان هستند و با توجه به آن‌ها روابط زیر به راحتی قابل استخراج است:

$$H_{\rho}(a, \varphi) = \frac{-I}{\pi} \left(\frac{\rho' \sin(\varphi - \varphi')}{a^2 + \rho'^2 - 2a\rho' \cos(\varphi - \varphi')} \right), \quad (15)$$

MENZ قرار داده شده به صورت زیر است:

$$\mathbf{H}'_i(\rho, \varphi) = \frac{I}{2\pi} \left(\frac{-\frac{a^2}{\rho'} \sin(\varphi - \varphi')}{\rho^2 + \left(\frac{a^2}{\rho'}\right)^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')} \right) \hat{\rho} + \frac{I}{2\pi} \left(\frac{\rho - \rho' \cos(\varphi - \varphi')}{\rho^2 + \left(\frac{a^2}{\rho'}\right)^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')} \right) \hat{\varphi}. \quad (19)$$

در واقع، منبعی که در مختصات $(a^2/\rho', \varphi')$ قرار دارد، تصویر منبعی است که در مختصات (ρ', φ') می‌باشد. با توجه به دو رابطه‌ی فوق داریم:

$$\mathbf{H}''(\rho, \varphi) = \mathbf{H}'_s(\rho, \varphi) + \mathbf{H}'_i(\rho, \varphi) = \frac{I}{2\pi} \left(\frac{-\rho' \sin(\varphi - \varphi')}{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')} + \frac{-\frac{a^2}{\rho'} \sin(\varphi - \varphi')}{\rho^2 + \left(\frac{a^2}{\rho'}\right)^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')} \right) \hat{\rho} + \frac{I}{2\pi} \left(\frac{\rho - \rho' \cos(\varphi - \varphi')}{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')} + \frac{\rho - \frac{a^2}{\rho'} \cos(\varphi - \varphi')}{\rho^2 + \left(\frac{a^2}{\rho'}\right)^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')} \right) \hat{\varphi}. \quad (20)$$

با جاگذاری $\rho = a$ در رابطه‌ی فوق داریم:

$$\mathbf{H}''(a, \varphi) = \frac{I}{2\pi a} \hat{\varphi}, \quad (21)$$

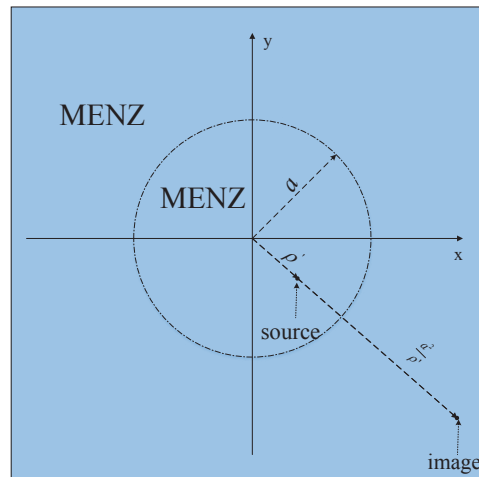
که نشان می‌دهد مؤلفه‌های مماسی میدان مغناطیسی دو ساختار رسم شده در شکل‌های ۱ و ۲ در $\rho = a$ یکسان می‌باشد. براساس قضیه‌ی یکتایی، می‌توان نتیجه گرفت که میدانهای الکترومغناطیسی هر دو ساختار در ناحیه‌ی $\rho \leq a$ یکسان می‌باشد. بنابراین نتیجه می‌شود که رابطه‌ی (۲۰) برای محاسبه‌ی میدان مغناطیسی ساختار استوانه‌ای MENZ شکل ۱ قابل استفاده می‌باشد. البته این موضوع از مقایسه‌ی روابط (۱۳) و (۱۴) با (۲۰) نیز قابل مشاهده است:

$$\mathbf{H}''(\rho, \varphi) = \mathbf{H}'_s(\rho, \varphi) + \mathbf{H}'_i(\rho, \varphi) = \mathbf{H}(\rho, \varphi). \quad (22)$$

بحث پیرامون اهمیت بررسی میدان مغناطیسی و تحقق عملی ساختار

با توجه به روابط (۴) و (۵) و مجزا بودن میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی از همدیگر در محیط MENZ، می‌توان این‌طور استنتاج کرد که میدان مغناطیسی معلول منبع جریان می‌باشد و نه میدان الکتریکی. روند یافتن میدان الکتریکی داخل استوانه-ی MENZ به این صورت است که ابتدا منبع جریان تعبیه شده داخل MENZ، باعث به وجود آمدن میدان مغناطیسی داخل استوانه می‌شود. سپس با توجه به شرایط مرزی میدان‌های الکترومغناطیسی در فضای آزاد به دست می‌آیند. در نهایت با توجه به میدان الکتریکی در فضای آزاد و روی مرز استوانه، میدان الکتریکی داخل استوانه تعیین می‌شود. به عبارت دیگر میدان الکترومغناطیسی داخل استوانه ه فضای آزاد می‌باشد.

قسمت ابتدا ضرایب گذردهی و نفوذپذیری را به سمت صفر میل داده و با استفاده از (Δ) و شرایط مرزی، میدان مغناطیسی به دست می‌آید. برای اولین بار در این مقاله، در ساختار مورد بررسی برای یافتن میدان‌های مغناطیسی از روش تصاویر بهره برداری خواهد شد. برای این منظور در ادامه ثابت می‌شود که میدان‌های مغناطیسی مماسی ناشی از دو منبع جریان خطی که همانند شکل ۲ در مکان‌های (ρ', φ') و $(a^2/\rho', \varphi')$ داخل محیط مماسی ساختار شکل ۱، روی دایره‌ی $\rho = a$ برابر می‌باشند. سپس با توجه به یکسان بودن ساختارهای الکترومغناطیسی شکل‌های ۱ و ۲ در ناحیه‌ی $\rho \leq a$ برای به دست آوردن میدان‌های مغناطیسی ناحیه‌ی $\rho \leq a$ ساختار شکل ۱، از روش تصویر استفاده می‌شود.



شکل ۲. نمای دوبعدی منبع و تصویر آن در مکانهای با مختصات (ρ', φ') و $(a^2/\rho', \varphi')$ داخل یک محیط بی‌کران MENZ.

با در نظر گرفتن شکل انتگرالی قانون ماکسول-آمپر، میدان مغناطیسی یک منبع جریان خطی بی‌نهایت طولی که داخل یک محیط بی‌کران MENZ قرار داده شده است، به صورت

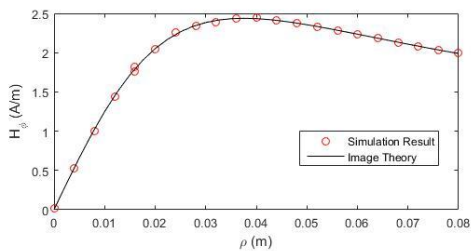
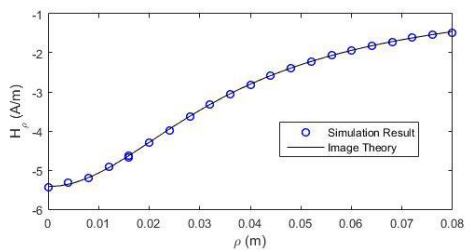
$$\mathbf{H}'(\rho, \varphi) = \frac{I}{2\pi\rho} \hat{\varphi}, \quad (17)$$

به راحتی قابل محاسبه است. در به دست آوردن رابطه‌ی (۱۷) فرض شده است که منبع روی محور z قرار دارد. با یک تبدیل مختصات ساده روی رابطه‌ی فوق میدان مغناطیسی ناشی از منبعی که در مکان (ρ', φ') داخل محیط بی‌کران MENZ قرار داده شده به صورت

$$\mathbf{H}'_s(\rho, \varphi) = \frac{I}{2\pi} \left(\frac{-\rho' \sin(\varphi - \varphi')}{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')} \right) \hat{\rho} + \frac{I}{2\pi} \left(\frac{\rho - \rho' \cos(\varphi - \varphi')}{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')} \right) \hat{\varphi}, \quad (18)$$

به دست می‌آید. بنابراین میدان مغناطیسی ناشی از منبعی که همانند شکل ۲ در مکان (ρ', φ') داخل محیط بی‌کران

است. در مش بندی ساختار در نرم افزار، گزینه‌ی پیش فرض بسیار ریز انتخاب شده است. در این شبیه سازی شعاع استوانه $a = 0.08m$ ، گذردهی الکتریکی نسبی $\epsilon_r = 10^{-5}$ و نفوذپذیری مغناطیسی نسبی $\mu_r = 10^{-5}$ فرض شده است. مؤلفه‌های شعاعی و زاویه‌ای میدان مغناطیسی به دست آمده از رابطه‌ی (۱۳) و (۱۹) در راستای پاره خط‌های با مشخصات $0 \leq \rho \leq 0.08m$ ، $\varphi = \pi/2$ و $\varphi = \pi/6$ ، در شکل‌های ۳ و ۴ با استفاده از روش تحلیلی و روش عددی اجزاء محدود رسم و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. واضح است که اختلاف جزئی بین نمودارها ناشی از غیردقیق بودن نتایج عددی می‌باشد.



شکل ۳. نمودار مقایسه‌ی نتایج شبیه سازی (خطوط ممتد) با نتایج حاصل از معادله‌ی (۵) (خطوط نقطه چین) برای مؤلفه‌ی شعاعی (شکل بالا) و مؤلفه‌ی زاویه‌ای (شکل پایین) میدان مغناطیسی بر روی پاره خطی با $\varphi = \pi/2$ داخل استوانه‌ی MENZ. منبع در مکان $(x, y) = (0.035m, 0)$ و شعاع، گذردهی الکتریکی نسبی و نفوذپذیری مغناطیسی نسبی محیط MENZ به ترتیب 10^{-5} ، 10^{-5} و 10^{-5} فرض شده است.

این مطلب را می‌توان از اینکه میدان الکتریکی داخل استوانه بر خلاف میدان مغناطیسی مستقل از محل منبع می‌باشد نیز استنتاج کرد. دلیل بی‌نهایت نشدن میدان الکتریکی در محل منبع نیز همین موضوع عدم وابستگی آن به میدان مغناطیسی داخل MENZ می‌باشد. رابطه‌ی استخراج شده برای میدان مغناطیسی، هم در معادله‌ی کرل ماکسول صدق می‌کند و هم با شرایط مرزی و میدان‌های فضای آزاد و رابطه‌ی میدان الکتریکی داخل استوانه مطابقت دارد. به علاوه، با استفاده از روابط میدان مغناطیسی و الکتریکی می‌توان بردار پوینتینگ^{۲۱} را نیز به دست آورد. با توجه به اینکه میدان مغناطیسی هم مؤلفه‌ی شعاعی دارد و هم مؤلفه‌ی زاویه‌ای، نتیجه‌گیری می‌شود که بردار پوینتینگ نیز دارای هر دو مؤلفه‌ی شعاعی و زاویه‌ای می‌باشد. با توجه به اینکه جهت بردار پوینتینگ جهت انتشار را نیز نشان می‌دهد، نتیجه می‌شود که داخل MENZ مقداری از توان به صورت گردشی منتشر می‌شود تا شرط ثابت بودن آن روی مرز افتاع شود. این موضوع اهمیت بررسی میدان مغناطیسی داخل استوانه را برای دریافت دید فیزیکی بیش از پیش نمایان می‌کند.

همانطور که در مقدمه گفته شد، اگرچه در گذشته برای حالتی که میدان‌های الکترومغناطیسی ناشی از برخورد یک موج صفحه‌ای به یک استوانه‌ی بی‌نهایت MENZ بررسی می‌شود، تحقق عملی ساختار با استفاده از روش وارد کردن میله‌های دی-الکتریک داخل یک محیط ENZ، توسط گروه دکتر انقضا، با شبیه سازی عددی مورد مطالعه قرار گرفته است [۲۹]، اما تاکنون تحقق عملی تشعشع یک منبع جریان داخل استوانه‌ی MENZ میسر نشده است. البته تشعشع منبع جریان داخل ساختارهای ZIM غیرهمسانگرد با کارکرد مشابه، در گذشته به صورت عملی محقق شده است [۳۸، ۳۹]. به هر حال تحقق عملی این ساختار یکی از چالش‌هایی است که در آینده می‌توان روی آن کار کرد.

مقایسه با نتایج عددی

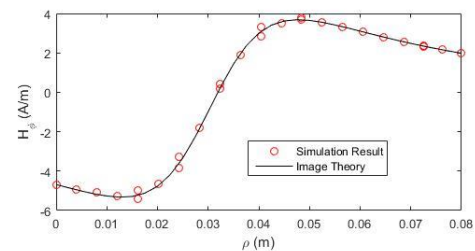
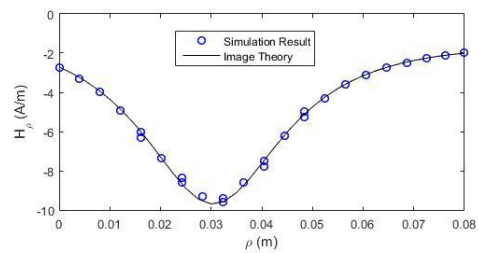
میدان مغناطیسی ساختار بررسی شده، با استفاده از یک نرم‌افزار تجاری مبتنی بر روش اجزاء محدود شبیه سازی شده است. با توجه به بی‌نهایت بودن طول ساختار، شبیه سازی به صورت دوبعدی صورت گرفته است. برای محدود کردن ساختار در فضای آزاد نیز از شرط مرزی لایه کاملاً تطبیق داده شده استفاده شده

^{۲۱} Poynting vector

رفته در شبیه‌سازها برای مدل‌سازی چنین محیط‌هایی مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

- [1] I. Liberal and N. Engheta, "Near-zero refractive index photonics," *Nature Photonics*, vol. 11, p. 149, 2017.
- [2] I. Liberal and N. Engheta, "The rise of near-zero-index technologies," *Science*, vol. 358, pp. 1540-1541, 2017.
- [3] S. Enoch, G. Tayeb, P. Sabouroux, N. Guérin, and P. Vincent, "A metamaterial for directive emission," *Physical Review Letters*, vol. 89, p. 213902, 2002.
- [4] G. Lovat, P. Burghignoli, F. Capolino, D. R. Jackson, and D. R. Wilton, "Analysis of directive radiation from a line source in a metamaterial slab with low permittivity," 2006.
- [5] A. Alù, M. G. Silveirinha, A. Salandrino, and N. Engheta, "Epsilon-near-zero metamaterials and electromagnetic sources: Tailoring the radiation phase pattern," *Physical Review B*, vol. 75, p. 155410, 2007.
- [6] J. Hao, W. Yan, and M. Qiu, "Super-reflection and cloaking based on zero index metamaterial," *Applied Physics Letters*, vol. 96, p. 101109, 2010.
- [7] V. C. Nguyen, L. Chen, and K. Halterman, "Total transmission and total reflection by zero index metamaterials with defects," *Physical review letters*, vol. 105, p. 233908, 2010.
- [8] Y. Xu and H. Chen, "Total reflection and transmission by epsilon-near-zero metamaterials with defects," *Applied Physics Letters*, vol. 98, p. 113501, 2011.
- [9] Y. Fu, Y. Xu, and H. Chen, "Additional modes in a waveguide system of zero-index-metamaterials with defects," *Scientific reports*, vol. 4, p. 6428, 2014.
- [10] W. E. Kock, "Metal-lens antennas," *Proceedings of the IRE*, vol. 34, pp. 828-836, 1946.
- [11] M. Navarro-Cía, M. Beruete, M. Sorolla, and N. Engheta, "Lensing system and Fourier transformation using epsilon-near-zero metamaterials," *Physical Review B*, vol. 86, p. 165130, 2012.
- [12] V. Torres, V. Pacheco-Peña, P. Rodríguez-Ulibarri, M. Navarro-Cía, M. Beruete, M. Sorolla, et al., "Terahertz epsilon-near-zero graded-index lens," *Optics express*, vol. 21, pp. 9156-9166, 2013.
- [13] V. Torres, B. Orazbayev, V. Pacheco-Pe, x00F, J. Teniente, M. Beruete, et al., "Experimental Demonstration of a Millimeter-Wave Metallic ENZ Lens Based on the Energy Squeezing



شکل ۴. همانند شکل ۳، با این تفاوت که مؤلفه‌های میدان مغناطیسی در راستای $\varphi = \pi/6$ مورد مقایسه قرار گرفته‌اند.

نتیجه گیری

در این مقاله، میدان مغناطیسی تشعشع شده از یک منبع جریان خطی ثابت تعبیه شده داخل یک محیط استوانه‌ی MENZ، به صورت تحلیلی، یک بار به صورت مستقیم از روی معادلات ماکسول و بار دیگر با بهره‌گیری از روش تصویر استخراج شده است. تفاوت دو روش در این است که در روش اول ابتدا روابط میدان ساختار بدون در نظر گرفتن استوانه به صورت MENZ به دست آورده می‌شود و سپس با میل دادن ضرایب گذردهی و نفوذپذیری به سمت صفر روابط مربوط به ساختار MENZ به دست می‌آید، اما در روش تصاویر ابتدا ضرایب گذردهی و نفوذپذیری صفر فرض می‌شود و سپس روابط میدان مغناطیسی داخل استوانه استخراج می‌شود. با توجه به اینکه این ساختار در انتشار همدوس امواج الکترومغناطیسی کاربرد دارد، اهمیت بررسی میدان مغناطیسی این ساختار در این است که، با توجه به روابط (۴) و (۵)، میدان مغناطیسی مستقیماً معلول منبع جریان تعبیه شده داخل محیط MENZ می‌باشد و نه میدان الکتریکی. به علاوه، روابط به دست آمده با نتایج شبیه‌سازی عددی یک نرم‌افزار تجاری مبتنی بر روش اجزاء محدود مقایسه شده است. نشان داده شده که نتایج تحلیلی و عددی با هم مطابقت دارند. پاسخ تحلیلی به دست آمده در این کار نه تنها دید فیزیکی به نحوه توزیع میدان مغناطیسی و توزیع توان یک منبع خطی داخل استوانه‌ی MENZ می‌دهد، بلکه می‌تواند به عنوان یک معیار برای محک زدن دقت روش‌های عددی به کار

- [25] M. Huang, J. Peng, and J. Yang, "Directive emission obtained by μ and epsilon-near-zero metamaterials," *Radioengineering*, 2009.
- [26] B. Wang and K.-M. Huang, "Shaping the radiation pattern with μ and epsilon-near-zero metamaterials," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 106, pp. 107-119, 2010.
- [27] J. J. Yang, Y. Francescato, S. A. Maier, F. Mao, and M. Huang, " μ and epsilon near zero metamaterials for perfect coherence and new antenna designs," *Optics express*, vol. 22, pp. 9107-9114, 2014.
- [28] A. Lakhtakia and J. B. Geddes III, "Scattering by a nihility cylinder," *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, vol. 61, pp. 62-65, 2007.
- [29] Y. Li, I. Liberal, and N. Engheta, "Scattering properties of epsilon-and- μ -near-zero metamaterials," in *Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2017 International Conference on*, 2017, pp. 523-526.
- [30] R. W. Ziolkowski, "Propagation in and scattering from a matched metamaterial having a zero index of refraction," *Physical Review E*, vol. 70, p. 046608, 2004.
- [31] M. Ghaffari-Miab, S. M. H. Haddad, and R. Faraji-Dana, "A new fast and accurate time domain formulation of the method of moment (TD-MoM) for thin-wire antennas," in *Microwave Conference, 2009. APMC 2009. Asia Pacific*, 2009, pp. 72-75.
- [32] M. Ghaffari-Miab, F. Valdes, R. Faraji-Dana, and E. Michielssen, "Time-domain integral equation solver for planar circuits over layered media using finite difference generated Green's functions," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 62, pp. 3076-3090, 2014.
- [33] K. Masumnia-Bisheh, M. Ghaffari-Miab, and K. Forooghi, "Dyadic Green's Function of a Conical Cavity with Impedance Spherical Cap," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2018.
- [34] M. Gholizadeh and M. Ghaffari-Miab, "Analytical solution of the electric field of a line source embedded in a cylindrical μ and epsilon near zero metamaterial," in *Electrical Engineering (ICEE), 2017 Iranian Conference on*, 2017, pp. 2024-2027.
- [35] I. V. Lindell and A. Sihvola, "Electromagnetic boundary and its realization with anisotropic metamaterial," *Physical Review E*, vol. 79, p. 026604, 2009.
- [36] D. K. Cheng, *Field and wave electromagnetics*: Pearson Education India, 1989.
- [37] C. A. Balanis, *Advanced engineering electromagnetics*: John Wiley & Sons, 1999.
- [38] Q. Cheng, W. X. Jiang, and T. J. Cui, "Spatial power combination for omnidirectional radiation via anisotropic metamaterials," *Principle*, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, pp. 231-239, 2015.
- [14] Q. Wu, P. Pan, F.-Y. Meng, L.-W. Li, and J. Wu, "A novel flat lens horn antenna designed based on zero refraction principle of metamaterials," *Applied Physics A: Materials Science & Processing*, vol. 87, pp. 151-156, 2007.
- [15] D. Ramaccia, F. Scattone, F. Bilotti, and A. Toscano, "Broadband Compact Horn Antennas by Using EPS-ENZ Metamaterial Lens," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 61, pp. 2929-2937, 2013.
- [16] D. Ramaccia, M. Barbutto, A. Monti, A. Verrengia, F. Trotta, D. Muha, et al., "Exploiting Intrinsic Dispersion of Metamaterials for Designing Broadband Aperture Antennas: Theory and Experimental Verification," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 64, pp. 1141-1146, 2016.
- [17] M. Silveirinha and N. Engheta, "Design of matched zero-index metamaterials using nonmagnetic inclusions in epsilon-near-zero media," *Physical Review B*, vol. 75, p. 075119, 2007.
- [18] I. Liberal, A. M. Mahmoud, Y. Li, B. Edwards, and N. Engheta, "Photonic doping of epsilon-near-zero media," *Science*, vol. 355, pp. 1058-1062, 2017.
- [19] M. Silveirinha and N. Engheta, "Tunneling of electromagnetic energy through subwavelength channels and bends using ϵ -near-zero materials," *Physical review letters*, vol. 97, p. 157403, 2006.
- [20] M. G. Silveirinha and N. Engheta, "Theory of supercoupling, squeezing wave energy, and field confinement in narrow channels and tight bends using ϵ near-zero metamaterials," *Physical Review B*, vol. 76, p. 245109, 2007.
- [21] B. Edwards, A. Alù, M. E. Young, M. Silveirinha, and N. Engheta, "Experimental verification of epsilon-near-zero metamaterial coupling and energy squeezing using a microwave waveguide," *Physical review letters*, vol. 100, p. 033903, 2008.
- [22] R. Liu, Q. Cheng, T. Hand, J. J. Mock, T. J. Cui, S. A. Cummer, et al., "Experimental demonstration of electromagnetic tunneling through an epsilon-near-zero metamaterial at microwave frequencies," *Physical review letters*, vol. 100, p. 023903, 2008.
- [23] B. Edwards, A. Alù, M. G. Silveirinha, and N. Engheta, "Reflectionless sharp bends and corners in waveguides using epsilon-near-zero effects," *Journal of Applied Physics*, vol. 105, p. 044905, 2009.
- [24] A. M. Mahmoud and N. Engheta, "Wave-matter interactions in epsilon-and- μ -near-zero structures," *Nature communications*, vol. 5, 2014.

metamaterials," *Applied Physics Letters*, vol. 99, p. 131913, 2011.

Physical review letters, vol. 108, p. 213903, 2012.

[39] Q. Cheng, W. Xiang Jiang, and T. Jun Cui, "Multi-beam generations at pre-designed directions based on anisotropic zero-index