

## پیاده سازی مودم Real-OFDM باند HF همراه با تخمین دقیق افست فرکانسی

### بر روی بستر FPGA

مصطفی مجاهد<sup>۱</sup>

محمد مهدی نژاد نوری<sup>۲</sup>، محمد حسین مدنی<sup>۳</sup>، قاسم عصارزاده<sup>۴</sup>

### چکیده

در این مقاله پیاده سازی بهینه یک مودم OFDM باند HF بر روی بستر FPGA ارائه شده است. مزیت این مودم نسبت به سیستم های OFDM متداول حذف مولفه متعامد (Q) و استفاده از OFDM با خروجی حقیقی (Real-OFDM) می باشد. همزمان سازی فرکانسی این مودم در کانال HF با استفاده از تبدیل هیلبرت و با استفاده از یک الگوریتم تخمین دقیق افست فرکانسی با پیچیدگی محاسباتی پایین صورت می گیرد که بوسیله این ساختار، امکان تخمین افست فرکانسی با رنج دو برابر فاصله زیر حامل های سیستم و MSE مطلوب در SNRهای بسیار پایین امکان پذیر است. مودم پیشنهادی همراه با بهینه سازی در حجم سخت افزار اشغالی، بر روی یک FPGA از خانواده Virtex-4 با شماره XC4VLX25 پیاده سازی شده است.

### کلید واژه

OFDM، FPGA، تبدیل هیلبرت، افست فرکانسی حامل، کانال HF.

۱. دانشگاه صنعتی مالک اشتر mojc\_mes2@yahoo.com

۲. دانشگاه صنعتی مالک اشتر

۳. دانشگاه صنعتی مالک اشتر

۴. کارشناس ارشد الکترونیک، دانشگاه تهران

تاریخ پذیرش: ۳ اسفند ۱۳۹۰

تاریخ دریافت: ۱۵ دی ۱۳۹۰

## مقدمه

کانال HF یک کانال فیدینگ متغیر با زمان می باشد که دارای گسترش تاخیر چند مسیریگی ۲ تا ۵ میلی ثانیه و میزان فرکانس داپلر ۰.۱ تا ۲ هرتز است. با توجه به میزان حداکثر گسترش تاخیر کانال که در حد چندین عرض سمبل است (با نرخ  $3600 \text{ Baud/sec}$  تا حدود ۱۸ عرض سمبل) و ماهیت متغیر با زمان بودن مشخصه کانال، به همسان سازهای وقتی با طول زیاد برای جبران سازی مشخصه کانال نیاز می باشد که الگوریتم هایی سریع همچون RLS و خانواده های آن برای جبران اثر کانال پیشنهاد گردیده اند. این الگوریتم ها از پیچیدگی محاسباتی زیادی برای پیاده سازی برخوردار هستند. لذا از مدولاسیون چند حاملی OFDM برای ارسال اطلاعات در کانال HF استفاده می کنیم. در این حالت با توجه به ماهیت ارسال موازی سیستم OFDM، از همسان سازهای با پیچیدگی محاسباتی کمتری می توان بهره برد.

در یک سیستم OFDM همزمان سازی در گیرنده از چالش های اساسی می باشد. همزمان سازی یک سیگنال OFDM مشتمل به یافتن شروع فریم، افست زمانی سمبل و افست فرکانسی حامل (CFO) است. پیدا کردن افست زمانی به معنای یافتن محل شروع سمبل OFDM است. همزمان سازی فرکانسی در گیرنده با دقت بسیار بالایی باید انجام شود زیرا سیستم های OFDM نسبت به افست فرکانسی بسیار حساس هستند و وجود افست فرکانسی باعث از بین رفتن تعامد زیر حامل ها (ICI) می گردد. سیستم های OFDM تنها افست هایی را که درصد کوچکی از فاصله زیر حامل های آن هستند، می توانند تحمل کنند (حدوداً ۴ درصد)، در غیر اینصورت چرخش فاز بوجود آمده باعث بالا رفتن خطای سیستم می گردد [۱]. برای همزمان سازی فرکانسی مودم OFDM تعدادی سمبل آموزش مبتنی بر پایلوت با چندین قسمت مساوی در ابتدای هر فریم فرستاده می شود. این سمبل های آموزش با استفاده از پایلوت هایی در ورودی تبدیل فوریه سریع معکوس (IFFT) سیستم OFDM تولید می گردند. الگوریتم های متعددی برای محاسبه CFO با استفاده از این نوع سمبل های آموزش پیشنهاد شده است. روش ارائه شده در مرجع افست فرکانسی را با دقت بالایی در سیگنال به نویزهای (SNR) بالا تشخیص می دهد. این روش در SNR های پایین تخمینگر مناسبی نمی باشد. در روش ارائه شده در مرجع ابتدا مقدار اولیه CFO را با استفاده از همبستگی محاسبه می کند سپس با استفاده از رویکرد حداقل مربع (LS) آن را بهبود می بخشد. روش LS از پیچیدگی محاسباتی بیشتری نسبت به برخوردار است اما دارای عملکرد بهتری در SNR های پایین می باشد.

در این مقاله طراحی و پیاده سازی سخت افزاری بهینه ای از یک مودم OFDM مبتنی بر کانال HF همراه با پارامترهای مشخص متناسب با استاندارد MIL-STD-110B-1188 ارائه شده است. برای همزمان سازی فرکانسی این مودم روش بهینه ای پیشنهاد شده است، که دارای MSE مطلوبی در SNR های پایین می باشد. در این روش تعدادی سمبل آموزش با چندین قسمت مساوی، در ابتدای هر فریم OFDM ارسال می گردد و CFO با استفاده از آنها در دو فاز اولیه و دقیق تقریب زده می شود. پیچیدگی محاسباتی پایین، این روش را نسبت به سایر الگوریتم ها از جمله LS به منظور پیاده سازی بر روی FPGA متمایز کرده است. در این روش ابتدا با انجام همبستگی بر روی هر سمبل OFDM و میانگین گیری مقدار اولیه CFO تخمین زده می شود. حال بعد از جبران سازی اولیه، با انجام همبستگی

به طول بیشتر بر روی سمبل های آموزش، مقدار CFO با دقت بیشتری حاصل شده و تصحیح می گردد.

## مدل کانال HF و مدل سیستم OFDM

از نظر فیزیکی کانال HF یک کانال چند مسیری متغیر با زمان می باشد که باعث گستردگی سیگنال در حوزه زمان و فرکانس می شود. محدودیت عمده ارسال داده با سرعت بالا در کانال HF در اثر خصوصیات غیر ایده آل این کانال مانند: اعوجاج غیر خطی، تغییرات سریع کانال، فیدینگ شدید و محدودیت پهنای باند می باشد. در مدل ارائه شده در CCIR فرکانس داپلر از ۰.۱ Hz تا ۱ Hz در نظر گرفته شده است. همچنین در این مدل دو مسیر دریافت سیگنال با تاخیر نسبی ۰.۵ms تا ۲ms پیشنهاد شده است. مدل CCRI برای کانال HF بطور خلاصه در جدول ۱ بیان شده است.

ضعیف	متوسط	خوب	اثر کانال
۲ms	۱ms	۰.۵ms	تاخیر زمانی $\tau$
۱Hz	۰.۵Hz	۰.۱Hz	نرخ فید $f_D$

جدول ۱. مدل های CCRI برای کانال HF

نمونه های حوزه زمان یک سمبل OFDM با استفاده از IFFT نمونه های حوزه فرکانس بصورت معادله (۱) محاسبه می شوند:

$$\begin{aligned}
 x(m) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(n) \exp(j2\pi nm / N) \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(n) \exp(j2\pi f_n t_m), m = 0, 1, \dots, N-1
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

N بیان کننده تعداد زیرحامل ها  $f_n = n / N \Delta t$ ،  $t_m = m \Delta t$  و برابر فاصله زمانی نقاط نمونه های  $x(n)$  است. بطور کلی هر سمبل MDFO از N نمونه، برابر تعداد زیرحامل ها، با طول زمانی T تشکیل شده است. که در ابتدای هر سمبل یک بخش پیشوند گردشی متشکل از  $N_g$  نمونه با طول زمانی  $T_g$  قرار گرفته است. پیشوند چرخشی باید دارای طولی بیشتر از پاسخ ضربه کانال باشد تا از تداخل سمبل ها (ISI) صرف نظر شود.

در بیشتر سیستم های MDFO متداول نمونه های زمانی خروجی حقیقی و موهومی TFFI ابتدا توسط دیجیتال به آنالوگ (CAD) نمونه برداری شده، سپس در باند فرکانس رادیویی (FI) مدولاسیون متعامد (I/Q) می گردند. بعد از انتقال اطلاعات به فرکانس رادیویی (FR) بر روی کانال فرستاده می شوند.

با توجه به پهنای باند محدود کانال HF (حدوداً ۲,۷kHz) بدنبال مدولاسیون های هستیم که دارای بازدهی پهنای باند مناسبی باشند (همانند مدولاسیون SSB). بنابراین در این حالت خروجی IFFT فرستنده باید حقیقی باشد. به همین منظور برای پیاده سازی مودم کانال HF از مدولاسیون OFDM با خروجی حقیقی (Real-OFDM) همراه با مدولاسیون SSB استفاده می گردد. از مزایای این نوع مودم های OFDM می توان به استفاده از یک دیجیتال به آنالوگ در فرستنده (DAC) و یک آنالوگ به دیجیتال در گیرنده (ADC)، عدم وجود اثر ناهمسانی فاز و بهره در مسیرهای I/Q و سادگی در طراحی فیلتر حذف تصویر میکسر فرستنده اشاره کرد. بنابراین ورودی بلوک IFFT باید به گونه ای باشد تا مقادیر موهومی در خروجی آن حذف شده و تنها مقادیر حقیقی وجود داشته باشد. یک راه تولید این سیگنال حقیقی، تشکیل برداری با طول  $N^2$  است که شامل اطلاعات اصلی و مزدوج مختلط آنها به صورت زیر می باشد:

$$X'(k) = (X(0), X(1), \dots, X(N-1), 0, X^*(N-1), \dots, X^*(2), X^*(1)), k = 0, 1, \dots, 2N-1 \quad (2)$$

$X'(0)$  باید مقداری حقیقی باشد، بنابراین با فرض تعریف  $X(n) = A_n + jB_n$  مقدار  $X'(0)$  را برابر قرار می دهیم. با محاسبه تبدیل فوری سریع معکوس  $X'(k)$  همانند معادله (۱) خواهیم داشت:

$$x'(l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_n \cos(2\pi f_n t'_l) - \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} B_n \sin(2\pi f_n t'_l), l = 0, 1, \dots, 2N-1 \quad (3)$$

برای ارسال سیگنال  $x'(l)$  برای فاصله زمانی نقاط نمونه های  $t'_l = l \frac{\Delta t}{2}$  و  $\frac{\Delta t}{2}$  برابر فاصله زمانی نقاط نمونه های  $x'(l)$  است. حال مطابق شکل ۱ برای ارسال سیگنال حقیقی از یک دیجیتال به آنالوگ با فرکانس نمونه برداری  $\frac{2}{\Delta t}$  به همراه یک فیلتر پایین گذر استفاده می شود. پس از انجام مدولاسیون BSS در فرکانس میانی، سیگنال به فرکانس رادیویی منتقل شده و از طریق کانال ارسال می گردد.

در صورت وجود افست فرکانسی، با داشتن اطلاعات مولفه موهومی (Q) می توان اثر افست فرکانسی را همانند مودم های OFDM متداول حذف کرد. برای ساختن مولفه متعامد از روی مؤلفه هم فاز با توجه به خاصیت سیگنال های آنالیتیک (Analytic) می بایست از تبدیل هیلبرت استفاده نماییم. مطابق شکل ۲ با تبدیل هیلبرت همراه با کاهش یکی در میان نمونه ها (Decimation) سیگنال معادل باند پایه ساخته می شود. با فرض دریافت نمونه های زمانی  $x'(l)$  در گیرنده خواهیم داشت:

$$r(l) = x'(l) + jH(x'(l)) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [A_n \cos(2\pi f_n t'_l) - B_n \sin(2\pi f_n t'_l)] + j \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [B_n \cos(2\pi f_n t'_l) + A_n \sin(2\pi f_n t'_l)]. \quad (4)$$

$H(\bullet)$  به معنای تبدیل هیلبرت دیجیتال دنباله آرگومان ورودی است. با در نظر گرفتن  $X(n) = A_n + jB_n$  و با ساده سازی معادله (۴) خواهیم داشت:

$$r(l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(n) \exp(j2\pi f_n t_l) \quad (5)$$

با مقایسه معادله (۵) و (۱) به نتیجه زیر خواهیم رسید:

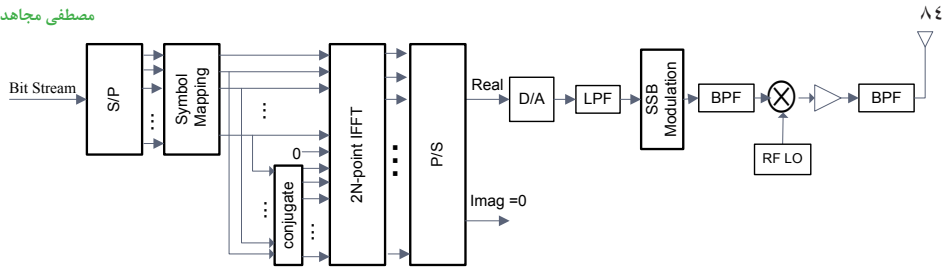
$$r(2m) = x(m), \quad m = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6)$$

رابطه (۶) نشان می دهد که با استفاده از تبدیل هیلبرت به همراه noitamicED با ضریب ۲ می توان به  $N$  نمونه خروجی حقیقی و موهومی TFFI،  $N$  نقطه ای فرستنده، بدون مدولاسیون متعامد  $Q$ ، در گیرنده دسترسی پیدا کرد. حال می توان جبران سازی OFC را همانند MDFOهای متداول انجام داده و با استفاده از TFF،  $N$  نقطه ای به اطلاعات حوزه فرکانس دسترسی پیدا کرد.

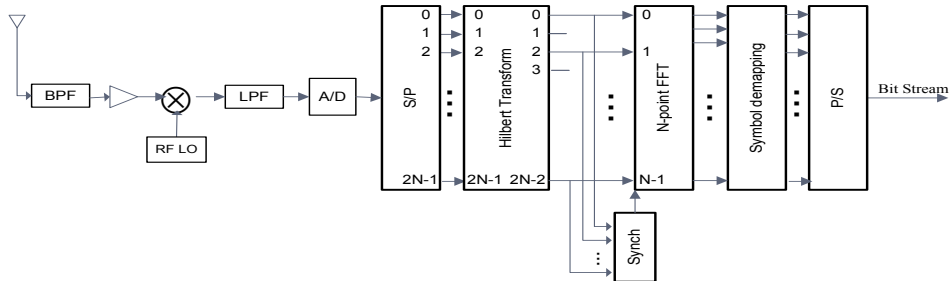
### مدل کانال HF و مدل سیستم OFDM

پارامترهای اساسی مودم HF، نظیر ۳۶ تن موازی و مدولاسیون DQPSK است که در آن  $62.5\text{Hz}$  فاصله زیر حامل ها و دوره هر سمبل OFDM برابر  $20\text{ms}$  می باشد. با توجه به این که پهنای باند نوعی کانال HF برابر  $۲.۷\text{kHz}$  است، از FFT/IFFT با تعداد نقاط  $N = 64$  استفاده می شود. تنها از ۳۶ زیر حامل برای ارسال اطلاعات استفاده می گردد که ۲۸ زیر حامل دیگر در اطراف ۳۶ زیر حامل، برای سادگی در فیلترینگ مقدار صفر قرار داده می شود. در اینجا برای سادگی در پیاده سازی و افزایش عملکرد مودم از Real-OFDM استفاده می شود. بنابراین همانگونه که در رابطه (۲) ذکر شد، از یک  $۱۲۸$ ، IFFT نقطه ای در فرستنده استفاده می شود که دیجیتال به آنالوگ با نرخ  $128 \times 62.5 = 8000\text{Hz}$  از آنها نمونه ای برداری کرده و بعد از مدولاسیون SSB و انتقال به باند فرکانس رادیویی بر روی کانال ارسال می گردند. در ابتدای هر سمبل OFDM یک پیشوند چرخشی با طول زمانی  $T_g$  اضافه می گردد. پیشوند چرخشی باید دارای طولی بیشتر از بزرگترین تاخیر مسیر کانال باشد، برای کانال HF، با قرار دادن  $T_g$  برابر  $۴\text{ms}$  این شرایط برآورده می شود. که این معادل تکرار  $32 = 0.004 \times 8000$  نمونه انتهایی هر سمبل در ابتدای آن است. در نتیجه خروجی IFFT دارای  $۱۲۸$  نمونه است که با در نظر گرفتن فرکانس نمونه برداری  $۸۰۰\text{Hz}$ ، دارای دوره زمانی  $T = 16\text{msec}$  خواهد بود. از طرفی با در نظر گرفتن دوره پیشوند چرخشی معادل، هر سمبل OFDM دارای دوره زمانی  $۲۰$  میلی ثانیه می شود.

به همین صورت در گیرنده بعد از انتقال اطلاعات از باند فرکانس رادیویی به باند پایه از یک DAC با فرکانس نمونه برداری  $۸۰۰\text{Hz}$  استفاده می شود. سپس پیشوند گردشی حذف شده،  $۱۲۸$  نمونه در دوره زمانی  $۱۶\text{ms}$  استخراج می گردد. حال با استفاده از تبدیل هیلبرت، کاهش یکی در میان نمونه ها (ده دهی با ضریب ۲) و FFT  $۶۴$  نقطه ای به اطلاعات ذخیره شده بر روی زیرحامل ها می توان دسترسی پیدا کرد.



شکل ۱. بلوک دیاگرام فرستنده Real-OFDM



شکل ۲. بلوک دیاگرام گیرنده Real-OFDM

## تبدیل هیلبرت

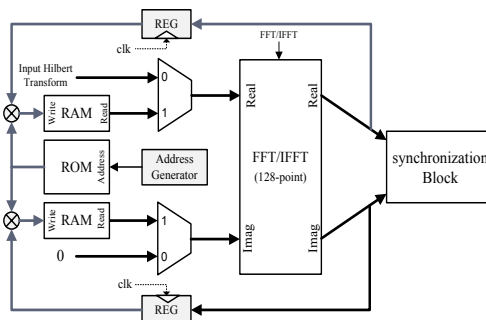
بدلیل سادگی در پیاده سازی FFT/IFFT از الگوریتم ارائه شده در مرجع [۷] برای پیاده سازی تبدیل هیلبرت استفاده می گردد. در این الگوریتم با در نظر گرفتن به عنوان دنباله ورودی با طول  $N$ ، خواهیم داشت:

$$\text{Hilbert Transform} = \text{ifft} \{ \text{fft} \{ x \} .* H \} \quad (۷)$$

که در آن  $H$  به معنای ضرب نقطه به نقطه بوده و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\begin{cases} H(i) = 1 & \text{for } i = 0, (n/2) \\ H(i) = 2 & \text{for } i = 1, 2, \dots, (n/2) - 1 \\ H(i) = 0 & \text{for } i = (n/2) + 1, \dots, n - 1 \end{cases} \quad (۸)$$

در شکل ۳ ساختار بهینه ای از پیاده سازی هسته تبدیل هیلبرت مبتنی بر FFT/IFFT نمایش داده شده است.



شکل ۳. ساختار پیاده سازی تبدیل هیلبرت مبتنی بر FFT/IFFT

همانگونه که دیده می شود برای پیاده سازی تبیل هیلبرت تنها نیاز به یک بلوک ۱۲۸ FFT/IFFT نقطه ای به همراه یک حافظه ROM (برای ذخیره ۱۲۸ نقطه) و دو حافظه RAM (برای ذخیره ۱۲۸ داده خروجی FFT) می باشد. تمامی بلوک های FFT/IFFT مودم از هسته با مشخصات هوشمندانه (IP-CORE) در حالت خروجی و ورودی بریده (Burst I/O) با مدل پروانه ای رادیکس ۲- استفاده می کنند. در حالت Burst I/O حجم سخت افزار بسیار کمتری از FPGA اشغال می گردد، اما در عوض پیچیدگی سیستم افزایش یافته و نیاز به بلوک های کنترلی پیشرفته تری خواهد بود. برای مطالعه بیشتر در این زمینه به مستندات شرکت Xilinx مراجعه گردد.

## همزمان سازی فرکانسی

با وجود مزیت هایی که سیستم های چند حاملی همانند OFDM نسبت به سیستم های تک حاملی دارند، از قبیل مقاوم بودن در برابر فیدینگ کانال، عدم نیاز به همسان سازهای پیچیده، نسبت به افست فرکانسی بسیار حساس می باشند و افست فرکانسی در آنها باعث از بین رفتن تعامد زیر حامل ها و افزایش خطای سیستم می گردد. بهمین دلیل نیاز است که افست فرکانسی در آنها با رنج بسیار خوبی تقریب زده شود. در گیرنده نمونه های فرکانسی بدست آمده برای هر سمبل OFDM بعد از  $N$  FFT، نقطه ای بصورت زیر است:

$$Y(m) = (X(m) \times H(m)) \times \frac{\sin(\pi \varepsilon)}{\sin(\pi \varepsilon / N)} \times e^{j\pi \varepsilon (N-1)/N} + I(m) + W(m), \quad m = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (9)$$

به طوری که افست فرکانسی نرمالایز شده (نسبت افست فرکانسی واقعی  $f_{\text{offset}}$  به  $\Delta f$ )،  $W(m)$  نمونه های حوزه فرکانس نویز AWGN هستند و  $I(m)$  تداخل حامل ها (ICI) بوجود آمده بوسیله افست فرکانسی را نمایش می دهد. هنگامی که افست فرکانسی در کانال وجود نداشته باشد، سیگنال  $X(m) \times H(m)$  در حوزه فرکانس دریافت می شود. با توجه به معادله (۹)، CFO باعث کاهش سیگنال ایده ال  $X(m) \times H(m)$  با ضریب  $\frac{\sin(\pi \varepsilon)}{\sin(\pi \varepsilon / N)}$  و تغییر فاز با فاکتور  $e^{j\pi \varepsilon (N-1)/N}$  می گردد. بنابراین قبل از ارسال سمبل های اطلاعات سیستم OFDM، چندین سمبل آموزش مبتنی بر پایلوت ارسال می گردد که از آن ها برای همزمان سازی فرکانسی در گیرنده استفاده می شود. سمبل های آموزش از چندین قسمت مساوی در حوزه زمان تشکیل شده اند که هر اندازه تعداد قسمت های مساوی در هر کدام از آنها بیشتر باشد، رنج تخمینگر بیشتر می شود. برای داشتن  $M$  قسمت مساوی در هر سمبل آموزش باید از زیر حامل های مرتبه  $n$  بصورت زیر استفاده کرد:

$$X(n) = \begin{cases} X(mM), & n = mM, m = 0, 1, \dots, N/M - 1, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (10)$$

بطوری که  $M$  تعداد قسمت های مساوی در سمبل آموزش،  $M < N$  است و  $X(mM)$  به عنوان پایلوت هایی به هر زیر حامل  $n$  در فرستنده تخصیص داده می شود.

با توجه به ماهیت متغیر با زمان بودن کانال HF و همچنین فیدینگ های بسیار شدید نیاز است که با استفاده

از چندین سمبل آموزش و با میانگین گیری بر روی آنها افست فرکانسی حامل در گیرنده مودم کانال HF تقریب زده شود. بنابراین در ابتدای هر فریم OFDM دو پریمبل ارسال می گردد که پریمبل اول شامل سمبل های آموزش با پیلوت های  $X(8m)$  است. با در نظر گرفتن ۸ قسمت مساوی در هر سمبل آموزش و همچنین پهنای باند سیستم در محدوده  $500\text{ Hz}$  تا  $2.7\text{ kHz}$  تنها می توان از زیر حامل های  $(16\Delta f, 24\Delta f, 32\Delta f, 40\Delta f)$  (با توجه به رابطه  $(10)$ ) برای ساخت سمبل های آموزش پریمبل اول استفاده کرد. دومین پریمبل شامل سمبل های آموزش با پیلوت های  $X(4m)$  است که با در نظر گرفتن ۴ قسمت مساوی در هر سمبل آموزش و همچنین محدوده فرکانسی سیستم OFDM تنها باید از زیر حامل های  $(12\Delta f, 16\Delta f, 24\Delta f, 28\Delta f, 32\Delta f, 36\Delta f, 40\Delta f)$  برای ساخت سمبل های آموزش پریمبل دوم استفاده کرد.

برای تخمین مقدار اولیه افست فرکانسی از پریمبل اول استفاده می شود. هر سمبل آموزش از ۱۲۸ نمونه زمانی تشکیل شده است که در گیرنده بعد از تبدیل هیلبرت و Decimation ۶۴ نمونه  $(Y(i, 0), Y(i, 1), \dots, Y(i, 63))$  باقی می ماند که  $i = 1, \dots, L$  نشان دهنده سمبل آموزش  $i$ ام می باشد. همبستگی بر روی هر سمبل آموزش را به صورت زیر تعریف می نماییم:

$$r(i) = \sum_{m=0}^{55} Y^*(i, m) \times Y(i, m+8), \quad i = 1, \dots, L \quad (11)$$

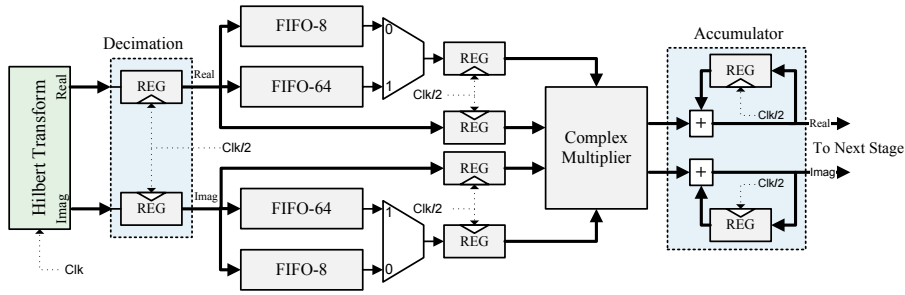
در حالی که کانال دارای شرایط ایستادن است،  $r(i)$  را می توان بصورت زیر نوشت:

$$r(i) = \sum_{m=0}^{55} |Y(i, m)|^2 \exp(j2\pi \frac{\varepsilon \times 8}{N}) + n_i, \quad i = 1, \dots, L \quad (12)$$

که  $n_i$  نویز موجود در هر سمبل است. حال مقدار اولیه افست فرکانسی را با استفاده از هر سمبل آموزش در پریمبل اول بصورت زیر تخمین می زنیم:

$$\varepsilon_i = \frac{4}{\pi} \arctan(r(i)) \quad (13)$$

$\arctan(\bullet)$  زاویه عدد مختلط آرگومان ورودی را نمایش می دهد. برای پیاده سازی  $\arctan(\bullet)$  از الگوریتم CORDIC استفاده می کنیم که قابلیت تخمین زاویه در بازه  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  را دارد. با در نظر گرفتن  $-\frac{\pi}{2} < \arctan(\bullet) \leq \frac{\pi}{2}$  مشاهده می شود که رنج تقریب  $[-2, 2]$  یا به عبارتی ۲ برابر فاصله فرکانسی زیر حامل ها در سیستم OFDM است. بدیهی است که با استفاده از سمبل آموزش موجود در پریمبل اول می توان مقدار اولیه افست فرکانسی را تا دو برابر فاصله زیر حامل ها  $(\pm 125\text{ Hz})$  تقریب زد. در نهایت با میانگین گیری، مقدار افست اولیه با استفاده از رابطه زیر بدست می آید:



شکل ۴. جزئیات پیاده سازی عملیات همبستگی

$$\varepsilon_{coarse} = \frac{4}{\pi} \times \frac{\arctan(r(1) + r(2) + \dots + r(L))}{L} \quad (14)$$

از پریمبل دوم برای تصحیح افست فرکانسی و دقیق کردن آن استفاده می شود. در این حالت ابتدا  $L'$  سمبل آموزش موجود در پریمبل دوم را با استفاده از مقدار اولیه افست بدست آمده ( $\varepsilon_{coarse}$ ) جبران سازی می کنیم. نمونه های هر سمبل آموزش بعد از جبران سازی فرکانسی را بصورت  $(Y'(d, 0), Y'(d, 1), \dots, Y'(d, 63))$  نمایش می دهیم که  $d = 1, \dots, L'$  نشان دهنده سمبل آموزش  $d$ ام می باشد. حال با انجام عملیات همبستگی بر روی هر دو سمبل آموزش متوالی افست فرکانسی با دقت بیشتری تخمین زده می شود:

$$r'(i) = \sum_{m=0}^{63} (Y'(i, m))^* \times Y'(i+1, m), \quad i = 1, 2, \dots, L' - 1 \quad (15)$$

شکل ۴: جزئیات پیاده سازی عملیات همبستگی با افزایش رنج همبستگی، تخمین افست فرکانسی با دقت بیشتری انجام می شود. در حالتی که کانال دارای شرایط ایستاد است، را می توان بصورت زیر نوشت:

$$r'(i) = \sum_{m=0}^{63} Y'(i, m)^2 \exp(j2\pi \frac{\varepsilon' \times 64}{N}) + n_i', \quad i = 1, 2, \dots, L' - 1 \quad (16)$$

که نویز موجود در هر سمبل است. حال مقدار دقیق افست فرکانسی را با استفاده از میانگین گیری بصورت زیر محاسبه می نماییم:

$$\varepsilon_{fine} = \frac{1}{2\pi} \times \frac{\arctan(r'(1) + r'(2) + \dots + r'(L' - 1))}{L' - 1} \quad (17)$$

با توجه به رابطه (۱۵) می توان دریافت که در هنگام تصحیح  $\varepsilon_{coarse}$  بدست آمده بوسیله پریمبل دوم، مقدار آن نمی تواند از  $\frac{1}{4}$  فاصله فرکانسی زیر حامل های سیستم OFDM بزرگتر باشد. به همین دلیل مقدار اولیه افست فرکانسی در  $L$  مرحله همراه با میانگین گیری بدست می آید، با انجام این کار مطمئن خواهیم بود که مقدار اولیه افست فرکانسی را به صورت رضایت بخشی تقریب زده ایم. در نهایت افست فرکانسی بصورت زیر تخمین زده می شود:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_{coarse} + \varepsilon_{fine} \quad (18)$$

حال با در نظر گرفتن اطلاعات خروجی تبدیل هیلبرت و یا ورودی FFT بصورت، جبران سازی را با استفاده

از رابطه زیر انجام می دهیم:

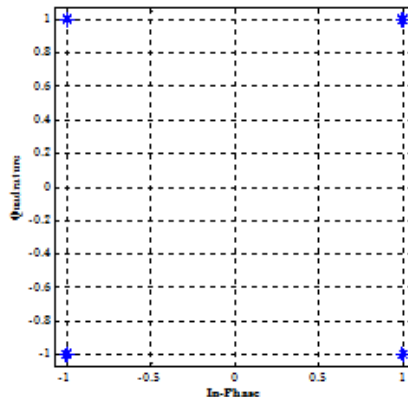
$$Y_m = Y_m \times \exp(-j2\pi \frac{m\hat{\epsilon}}{N}), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (19)$$

عملیات همبستگی با استفاده از رابطه بازگشتی زیر قابل پیاده سازی است:

$$r(i, k+1) = r(i, k) + Y(i, k) \times Y^*(i, k+d) \quad (20)$$

که  $k$  اندیس زمانی متناسب با هر نمونه زمانی است،  $i$  اندیس سمبل آموزشی است که همبستگی بر روی آن انجام می شود. جزئیات پیاده سازی عملیات همبستگی در شکل ۴ نمایش داده شده است. از هر ۱۲۸ نمونه خروجی تبدیل هیلبرت ۶۴ نمونه بوسیله بلوک Decimation انتخاب می گردد. با توجه به روابط (۱۱) و (۱۵) برای انجام عملیات همبستگی نیاز به تأخیرهای با طول ۸ (برای تخمین اولیه CFO با استفاده از پریمبل اول) و ۶۴ (برای تخمین CFO با استفاده از پریمبل دوم) داده می باشد. که به این منظور از FIFOهای با طول ۸ و ۶۴ داده همانند شکل ۴ استفاده می گردد و سپس بوسیله مالتی پلکسر FIFOهای مورد نیاز بر اساس نوع تخمین انتخاب می شود. برای پیاده سازی حافظه FIFO می توان از چندین رجیستر که به طور سریال پشت سر هم بسته شده اند یا از حافظه های RAM داخلی FPGA استفاده نمود. استفاده از تعداد زیاد رجیستر باعث بالا رفتن توان و افزایش در حجم سخت افزار اشغالی می گردد. از طرفی برای پیاده سازی حافظه FIFO با استفاده از حافظه RAM با قابلیت نوشتن و خواندن همزمان در هر سیکل کلاک نیاز به RAMهای دو پورت می باشد که هزینه آنها نسبت به حافظه های یک پورت بسیار بیشتر است. بنابراین در اینجا به دلیل طول پایین تأخیرهای مورد نیاز، برای پیاده سازی FIFOها از رجیستر استفاده می گردد.

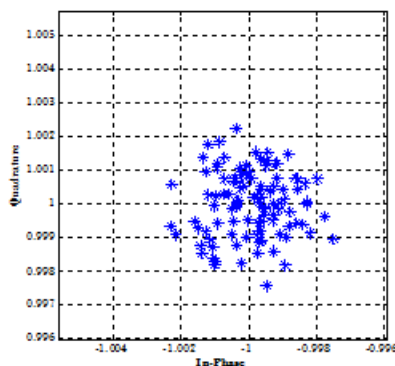
عملیات تقسیم غیر صحیح در روش LS باعث افزایش حجم محاسبات می گردد در صورتی که در روش پیشنهادی در صورتی که پارامتر  $L$  مقداری زوج و پارامتر  $L'$  مقداری فرد در نظر گرفته شود، عملیات تقسیم در روابط (۱۴) و (۱۷) معادل جابجایی به راست بیت ها در محاسبات ممیز ثابت خواهد شد که این تأثیر بسیار زیادی در کاهش حجم محاسبات و کاهش حجم سخت افزار اشغالی نسبت به تخمین LS خواهد داشت.



شکل ۵. منظومه گیرنده مودم Real-OFDM بدون در نظر گرفتن اثر کانال و نویز

## تحلیل پیچیدگی در پیاده سازی

طراحی سخت افزاری پیشنهادی برای پیاده سازی مودم Real-OFDM بر روی FPGA بگونه ایست که با در نظر گرفتن مقایسه ای میان کمترین نرخ خطای بیت و همچنین کمترین تعداد بیت استفاده شده برای محاسبات ممیز ثابت، فرمت ممیز ثابت (۱۴,۱۲) برای پیاده سازی آن انتخاب شده است. با در نظر گرفتن تمام اعداد در بازه  $[-۱, ۱]$ ، تمامی محاسبات صورت گرفته در سیستم OFDM با دقت بسیار خوبی در فرمت ممیز ثابت (۱۴,۱۲) انجام خواهد شد. شکل ۵ منظومه گیرنده مودم Real-OFDM پیاده سازی شده را بدون اثر کانال و نویز نمایش می دهد و بزرگنمایی یک نقطه از منظومه در شکل ۶ نمایش داده شده است. با توجه به شکل می توان دریافت که خطای حاصل از پیاده سازی در بدترین حالت بسیار ناچیز است. طراحی مناسب بلوک های سخت افزاری از قبیل بلوک تبدیل هیلبرت و بلوک همزمان سازی به همراه کاهش در تعداد بیت های محاسبات ممیز ثابت تاثیر بسزایی در حجم منابع اشغال شده بر روی FPGA خواهد داشت. حجم منابع اشغال شده توسط فرستنده و گیرنده مودم Real-OFDM پیاده سازی شده بر روی یک FPGA شرکت Xilinx از خانواده Virtex-4 با شماره XC4VLX25 به ترتیب در جداول ۲ و ۳ نمایش داده شده است. بدیهی است بدون در نظر گرفتن بلوک همزمان سازی زمانی مودم Real-OFDM حجم بسیار پائینی از منابع FPGA را اشغال می نماید.



شکل ۶ بزرگنمایی یکی از نقاط پیکربندی گیرنده مودم Real-OFDM بدون در نظر گرفتن اثر کانال و نویز

Logic Utilization	Used	Available	Utilization
Number of Slice	۲۳۷۱	۱۰۷۵۲	٪۲۲
Number of Slice Flip Flops	۳۳۲۸	۲۱۵۰۴	٪۱۵
input LUTs ۴ Number of	۳۸۰۲	۲۱۵۰۴	٪۱۷
۱۶s RAMB/۱۶ Number of FIFO	۱	۷۲	٪۱
Number of DSP48s	۹	۴۸	٪۱۸

جدول ۲. حجم منابع اشغال شده درون FPGA بوسیله بلوک فرستنده

Logic Utilization	Used	Available	Utilization
Number of Slice	۲۸۱۲	۱۰۷۵۲	٪۲۶
Number of Slice Flip Flops	۳۷۱۴	۲۱۵۰۴	٪۱۷
input LUTs ۴ Number of	۳۳۱۹	۲۱۵۰۴	٪۱۵
۱۶s RAMB/۱۶ Number of FIFO	۷	۷۲	٪۹
Number of DSP۴As	۱۰	۴۸	٪۲۰

جدول ۳. حجم منابع اشغال شده درون FPGA بوسیله بلوک گیرنده

### نتایج شبیه سازی

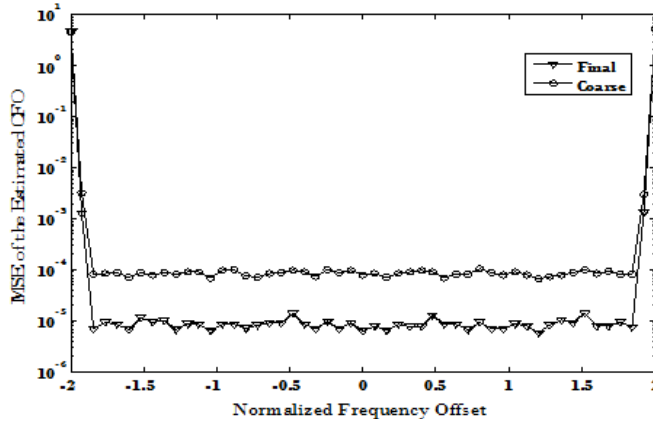
عملکرد سیستم OFDM مورد نظر در یک کانال HF در وضعیت بد همراه با نویز AWGN با در نظر گرفتن ۸ سمبل آموزش در پریمبل اول ( $L = 8$ ) و ۳ سمبل آموزش در پریمبل دوم ( $L' = 3$ ) شبیه سازی شده است. شکل ۷ مقدار میانگین خطای مربع (MSE) افست فرکانسی تخمین زده را در SNRهای نمایش می دهد. شکل ۸ مقادیر CFO، MSE، تخمین زده را زمانیکه افست فرکانسی دارای مقدار ثابت  $5.6\text{Hz}$  است، در SNRهای متفاوت نمایش می دهد. تمام نتایج بدست آمده با میانگین گیری بر روی ۳۰۰ بار تکرار Monte Carlo حاصل شده است.

در بدترین شرایط مقدار CFO تخمین زده دارای خطای حدودا  $1.5\text{Hz}$  می باشد، با توجه به این که مدولاسیون از نوع تفاضلی (DQPSK) است، سیستم OFDM مورد نظر نسبت به این مقدار افست فرکانسی مقاوم می باشد.

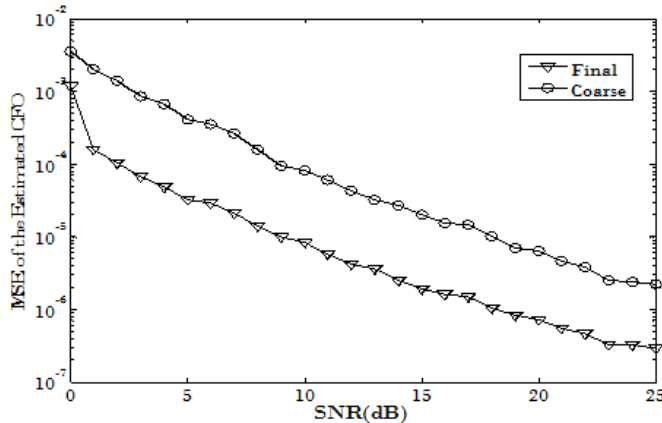
همانگونه که در شکل ۸ نمایش داده شده است، یکی از خصوصیات این روش تخمین افست فرکانسی حامل در SNRهای بسیار پایین است. به طوری که در SNR برابر  $5\text{dB}$  مقدار CFO را می توان با MSE کمتر  $10^{-4}$  تقریب زد.

### نتیجه گیری

در این مقاله طراحی و پیاده سازی یک مودم Real-OFDM باند HF مطابق با استاندارد MIL-STD-110B-1188 بر روی یک FPGA شرکت Xilinx از خانواده Virtex-4 انجام گردید. برای همزمان سازی فرکانسی این مودم، یک الگوریتم مقاوم فرکانسی با پیچیدگی محاسباتی پایین و مناسب برای پیاده سازی بر روی FPGA پیشنهاد شد. نتایج شبیه سازی نشان دهنده میزان دقت بالای این تخمینگر در وضعیت بد کانال HF و در SNRهای پایین می باشد. از طرفی با بررسی پیچیدگی پیاده سازی بلوک های فرستنده و گیرنده دیده می شود که هم حجم سخت افزار پایینی برای پیاده سازی این مودم مورد نیاز است و هم با انتخاب فرمت ممیز ثابت مناسب از دقت بالایی برخوردار می باشد.



شکل ۷. MSE برای CFO تخمین زده شده



شکل ۸. MSE برای CFO تخمین زده شده

### مراجع

- [1] T. M. Schmidl and D. C. Cox, "Robust frequency and timing synchronization for OFDM" IEEE Trans. Commun, vol.45, pp. 1613-21, Dec 1997.
- [2] M. Morelli, U. Mengali, "An improved frequency offset estimator for OFDM applications," IEEE Commun. Lett. 3 (3) (1999) 757-7.
- [3] Y. Zeng and A. R. Leyman, "A pilot-based fast algorithm for joint estimation of frequency offset and channel in OFDM" ELSEVIER. Signal Processing, Vol. 86, No. 10, pp. 3076-2006, 3084.
- [4] D. D. Falconer and E. Eleftheriou, "Adaptive Equalization Techniques for

HF Channels " IEEE Journal on Selected Areas in Communication, Vol. SAC-5, NO. 2, February 1987.

[5] N. Qushan and Y. Zhihui, "Parameter Design and Frequency Synchronization for an OFDM Based HF Modem," IEEE. Int. conf on Circuit and systems for Communications, pp.420-424, 2008.

[6] J. G. Proakis and M. Salehi, Digital Communications. New York: McGraw-Hill, 2008.

[7] S.L. Marple, "Computing the discrete-time analytic signal via FFT" IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 47, No.9, pp.2600-2603, September 1999.

[8] H. Lee and I. Park, "Balanced Binary-Tree Decomposition for Area Efficient Pipelined FFT Processing," IEEE Trans. on Circuits and System-I: Regular Papers, vol. 54, no.4, pp. 889 – 900, April 2007.

## **FPGA Implementation of Real-OFDM HF Modem with Fine frequency Offset Estimation**

Mostafa Mojahed

Mohammad Mehdinejad Nouri, Mohammad Hosein Madani,  
Ghasem Assarzade

### **Abstract**

In this paper, implementation of an orthogonal frequency-division multiplexing (OFDM) HF modem is presented. The advantage of This modem compared with typical OFDM systems is to remove quadrature component(Q) by using OFDM with real value output(Real-OFDM). frequency offset synchronization of the this modem in the HF channel using Hilbert transform, is done by a low complexity fine frequency offset estimation algorithm that it is appropriate for implementing on the FPGA. Using this method, frequency offset can be estimated twice of the subcarrier spacing at very low signal-to-noise ratios (SNR's) and with appropriate mean square error (MSE).The proposed modemisimplemented on the Virtex-4 XC4VLX25 device and optimal resource utilizationis achieved.

### **Keywords**

Keywords: FPGA, OFDM, Hilbert Transform, Carrier Frequency Offset, HF Channel.