# کنترل بهینه مدت زمان مانور مداری فضاپیماها با استفاده از پیشرانهای الکتریکی

اصغر ابراهیمی[۱]

حمیدرضا فیاض‌بخش[۲]

## چکیده

در طول عمر مفید ماهواره ها (بسته به ماموریت آنها) نیاز به تغییر مدار کاری ماهواره احساس خواهد شد . این تغییر می تواند شامل تغییر ارتفاع ، تغییر شیب و یا تغییر صفحه مداری ماهواره باشد. برای انجام این هدف میتوان از تراستر های الکتریکی استفاده کرد . با توجه به وزن کم تراسترهای الکتریکی در مواردی که محدودیت وزنی برای انتقال ماهواره به مدار وجود دارد آنهااستفاده می شود . در این تراسترها ضربه ویژه بالا و مصرف سوخت پایین بوده و مدت زمان این نوع انتقال زیاد می باشد. در این مقاله به کنترل بهینه مدت زمان انجام این مانورها پرداخته شده است . مدار اولیه و نهایی در این انتقال، دایروی در نظر گرفته شده ، همچنین فرض می شود که موتور بشکل پیوسته کار کرده و شتاب تراستی در طول انتقال ثابت است. از آنجایی که در طول انتقال، تراست به طور مداوم به ماهواره وارد می شود ، در طی این مدت المانهای مدار بطور لحظه ای و یکنواخت در حال تغییر خواهند بود و این تغییرات بوسیله آنالیز Edelbaum بررسی شده اند.

## کلید واژه

مانور مداری، پارامترهای کپلری، کنترل بهینه، پیشرانهای الکتریکی

۱.دانشگاه صنعتی‌مالک‌اشتر ebrahimi@mut.ac.ir

۲.دانشگاه صنعتی‌مالک‌اشتر

تاریخ دریافت: ۸۸/۱۱/۲۵ تاریخ پذیرش: ۸۹/۱/۲۲

## مقدمه

امروزه حمل بار به فضا و نگهداشت محموله های فضایی در مدار با صرف کمترین میزان انرژی یکی از موضوعات مهم و حائز اهمیت در علوم و فن آوری فضایی و از جمله مسئله های روز صنایع فضایی می باشد [۱]. از همان آغاز عصر فضا، صرف انرژی حداقل برای رسیدن به فضا مورد توجه بوده است. هم اکنون بین طراحان فضاپیماها و طراحان حامل ماهواره یکی از بحث های مطرح، موضوع کاهش وزن می باشد و حتی در پاره ای موارد کاهش وزن در حد گرم، در وصول به نتایج بهینه در ماموریت تعیین کننده می باشد. در ماموریت های فضایی به دلایل فنی مختلف، موشک های حامل، ماهواره ها را در مداری که ممکن است مدار نهایی نباشد قرار می دهند و ماهواره برای رسیدن به مدار نهایی ناچار به انجام مانورهای مختلفی خواهد بود و حتی ماهواره بدلیل وجود منابع اغتشاشی مختلف دچار تغییر در مدار نامی خود می شوند و برای نگهداشت ماهواره در مدار تعیین شده، ناچار به انجام مانور خواهند بود تا افت مداری و یا تغییرات حاصله در پارامترهای مداری را جبران نمایند[۲-۳]. برای انجام این مانورها مسلماً نیاز به سامانه‌های پیشران خواهد بود که با توجه به محاسبات انجام مانور، میزان تراست آنها و نحوه عملکرد آنها طراحی می گردد. در این مقاله انجام مانورهای مداری با استفاده از پیشران الکتریکی با استفاده از سامانه های کنترل بهینه به منظور انجام مانور در حداقل زمان مورد نظر می باشد. استفاده از روشهای کنترل بهینه برای انجام مانور مداری در منابع مختلف مورد توجه بوده است. کنترل بهینه مدت زمان مانور مداری بین دو مدار دایروی با چرخاندن صفحه مدار حول خط گره ای نسبی بین مدار اولیه و نهایی با استفاده از زاویه تراست خارج از صفحه که در هر دور ثابت بوده حاصل می شود[۴]. استفاده از روش های میانگین گیری برای بررسی انتقال مداری تراست پایین بشکل بهینه نیز در مراجع آورده شده است[۵و۶] .

اولین بار نتایج مطالعه خطی سازی مانور تراست پایین با فرض تعداد چرخش زیاد حول یک مرکز دارای جاذبه توسط Edelbaum مورد بررسی قرار گرفت[۷]. این روش برای مدارهای بیضوی توسط[۸] Marec ادامه داده شد و با همکاری Marec و Vinh این نتایج بشکل کامل ارائه شدند[۹]. در مرجع [۱۰] برای بدست آوردن عبارت هایی که تغییرات پارامترهای انتقال را بطور یکنواخت برای هر نوع انتقالی نشان دهد روابطی آورده شده است . در مراجع [۱۱] و [۱۲] برای حل مسائل مشکل تر با در نظر داشتن محدودیت های واقعی مانند عدم کروی بودن زمین و در نظر گرفتن پارامتر $J_2$ با رویکرد آنالیزی و عددی این کار انجام شده است .همچنین در مراجع [۱۳] و [۱۴] به کنترل بهینه مانور مداری تراست پایین برای دو حالت با محدودیت زمانی و بدون محدودیت زمانی پرداخته شده است.

در این مقاله ابتدا مانورهای مداری مورد نظر شرح داده می شوند، برای بررسی این مانورها در این مقاله در یک بخش به تغییر ارتفاع و شیب مدار بطور همزمان و در بخش دیگر به تغییر ارتفاع و زاویه $\Omega$ ، زاویه صفحه مداری با صفحه استوا مدار بطور همزمان پرداخته می شود که بترتیب بصورت انتقال $(V, i)$ و انتقال $(\Omega,V)$ نشان داده می شوند.

پس از مطالعه و استخراج دینامیک مانورهای مورد نیاز ، با استفاده از روشهای کنترلی و الگوریتم های بهینه سازی، انجام این مانورها با مد نظر داشتن مانور درحداقل زمان بررسی شده اند.

## تغییرات پارامترهای مداری در مانورهای متداول فضاپیماها

بسته به مدار اولیه ماهواره که توسط ماهواره بر حاصل می گردد و مدار نهایی که در آن ماهواره به انجام ماموریت می پردازد، مانورهای مختلفی ممکن است انجام پذیرد. در این مانورها، پارامترهای شش گانه کپلری مدار ممکن است دستخوش تغیر گردند. در این مقاله برای بررسی تغییرات لحظه ای پارامترهای مداری از آنالیز Edelbaum استفاده می کنیم[۱۵]، در این روش تغییرات مذکور توسط معادلات لاگرانژ به فرم گاوسی بیان می شوند:

$$\dot{a} = \frac{2af_t}{V} \quad (۱)$$

$$\dot{i} = \frac{f_h \cos\alpha}{V} \quad (۲)$$

$$\dot{\Omega} = \frac{f_h \sin\alpha}{V \sin i} \quad (۳)$$

$$\dot{\alpha} = n - \frac{f_h \sin\alpha}{V \tan i} \quad (۴)$$

$$f_t = f\cos\beta \quad (۵)$$

$$f_h = f\sin\beta \quad (۶)$$

در روابط فوق $a$، نصف قطر بزرگ، $i$ زاویه میل و $\Omega$ زاویه صفحه مدار با صفحه استوا $f_t$ بردار تراست در جهت مماس ، $f_n$ بردار تراست در جهت نرمال ، $\beta$ زاویه بین بردار تراست و صحفه مداری (زاویه یاو) و $\alpha$ موقعیت زاویه ای متوسط می باشد. زاویه یاو $\beta$ ، در هر دور ثابت بوده و تنها مولفه های مماسی و خارج از صفحه تراست را در نظر می گیریم. چون مدار دایروی فرض شده خروج از مرکز $e$ برابر صفر بوده و بنابراین خواهیم داشت :

$$\alpha = M + \omega = \omega + \theta^* = \theta \quad (۷)$$

$M$ آنومالی متوسط ، $\theta^*$ آنومالی حقیقی و $\theta$ موقعیت زاویه ای می باشد.
با توجه به کاربرد در ماموریت های مختلف ماهواره ها ابتدا به بررسی جداگانه انتقال تغییر ارتفاع و تغییر شیب مدار ماهواره در بخش انتقال $(V, i)$ و تغییر ارتفاع و زاویه $\Omega$ مدار ماهواره در بخش انتقال$(\Omega, V)$ می پردازیم و در پایان با استفاده از روابط بدست آمده مسئله را بشکل بهینه حل می نمائیم.

## کنترل بهینه حداقل زمان در انتقال $(V, i)$

در این انتقال متغیرهای حالت، شیب مدار $i$ و سرعت ماهواره $V$ و متغیر کنترلی زاویه یاو $\beta$ می باشد. با توجه به معادلات $\dot{V} = -f\cos\beta$ و $\dot{i} = \frac{2}{\pi}\frac{f}{V}\sin\beta$ برای تغییرات لحظه ای سرعت و شیب ، هامیلتونین را بشکل زیر می نویسیم :

$$H = 1 + \lambda_i\left(\frac{2}{\pi}\frac{f}{V}\sin\beta\right) + \lambda_V(-f\cos\beta) \qquad (۸)$$

$\lambda_i$ و $\lambda_V$ ضرائب لاگرانژ می باشند . هدف ما بدست آوردن حداقل زمان انتقال با در دست داشتن شرایط اولیه $V_0, i_0$ و شرایط نهایی $V_f, i_f$ می باشد:

$$x(t_0) = x_0 = (V_0, i_0) \qquad (۹)$$

$$x(t_f) = x_f = (V_f, i_f) \qquad (۱۰)$$

تابع معیار برای کنترل بهینه حداقل زمان بصورت زیر تعریف می شود :

$$J = \int_{t_f}^{t_0} dt \qquad (۱۱)$$

شرایط لازم برای بهینه شدن سامانه بصورت زیر است :

$$\frac{\partial H}{\partial i} = 0 \qquad (۱۲\text{-الف})$$

$$\frac{\partial H}{\partial v} = C \qquad (۱۳\text{-الف})$$

$$\frac{\partial H}{\partial \beta} = 0 \qquad (۱۴\text{-الف})$$

با بکارگیری معادله ها میلتونین ( معادله ۸ ) بدست آمده برای انتقال مداری مورد نظر، و حل

معادلات فوق در نهایت شرایط ذیل که قابل بکارگری در حل مسئله هستند، حاصل می شوند:

$$\dot{\lambda}_i = 0 \qquad (۱۲-ب)$$

$$\dot{\lambda}_V = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\sin \beta}{V^2} \qquad (۱۳-ب)$$

$$\tan \beta = -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{\lambda_i}{V\lambda_V} \qquad (۱۴-ب)$$

با توجه به شرط transversality و اینکه همیلتونین ، تابعی از زمان نمی باشد و بنابراین در تمام مدت برابر صفر است:

$$H(t_f) = H = 0 \qquad (۱۵)$$

در نتیجه از معادله (۱۳) داریم :

$$\lambda_V = \frac{\cos}{f} \qquad (۱۶)$$

$$\lambda_i = -\frac{\pi}{2f} V \sin \beta = \text{const.} \qquad (۱۷)$$

با توجه به ثابت بودن تراست در طول انتقال از رابطه بالا نتیجه می گیریم $V \sin \beta$ ثابت می باشد یعنی :

$$V \sin \beta = V_0 \sin \beta_0 = \text{const.} \qquad (۱۸)$$

بدین ترتیب مقدار $\beta$ در لحظه اولیه تعیین می شود :

$$\tan \beta_0 = \frac{\sin(\frac{\pi}{2}\Delta i)}{\frac{V_0}{V_f} - \cos(\frac{\pi}{2}\Delta i)} \qquad (۱۹)$$

$$\Delta i = |i_f - i_0| \qquad (۲۰)$$

همچنین قانون کنترل بهینه با توجه به $\lambda_i$ و $\lambda_V$ بشکل زیر مقدار $\beta$ را در هر لحظه تعیین می کند :

$$\tan \beta = \frac{V_0 \sin \beta_0}{V_0 \cos \beta_0 - f.t} \qquad (۲۱)$$

بوسیله معادله بالا و با توجه به ثابت بودن $V \sin \beta$ مقدار $V$ در هر لحظه تعیین می شود :

$$V = \sqrt{V_0^2 + f^2 t^2 - 2f.t.V_0 \cos \beta_0} \qquad (۲۲)$$

با انتگرال گرفتن از رابطه $\frac{di}{dt} = \frac{2f \sin \beta}{\pi V}$ با توجه به مقادیر موجود تغییر زاویه شیب مداری در هر لحظه مشخص می شود :

$$\Delta i = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\left(\frac{f.t - V_0 \cos \beta_0}{V_0 \sin \beta_0}\right) + \frac{\pi}{2} - \beta_0\right]$$

( ۲۳)

تغییر سرعت مورد نیاز نیز بشکل زیر بدست می آید :

$$\Delta V = V_0 \cos \beta_0 - \frac{V_0 \sin \beta_0}{\tan\left(\frac{\pi}{2}\Delta i + \beta_0\right)} = \sqrt{{V_0}^2 - 2V_0 V_f \cos\frac{\pi}{2}\Delta i + {V_f}^2}$$

( ۲۴)

با توجه به اینکه $\Delta V = f.t$ بنابراین با مشخص شدن تغییرات سرعت، زمان نهایی انتقال بدست می آید :

$$T_f = \frac{\Delta V}{f}$$

( ۲۵ )

معادلات (۲۱) ، (۲۲) و (۲۳) تغییرات زاویه یاو تراست ، سرعت و زاویه شیب مدار را در هر لحظه و معادلات (۲۴) و (۲۵) سرعت مورد نیاز برای انتقال و زمان نهایی انتقال رامشخص می کنند.

## کنترل بهینه حداقل زمان در انتقال($\Omega$ , V)

هدف در این بخش انتقال از حالت اولیه $(V_0, \Omega_0)$ حالت نهایی $(V_f, \Omega_f)$ بدون تغییر شیب مدار می باشد. با توجه به روابط $\dot{V} = -f\cos\beta$ و $\dot{\Omega} = \frac{2f \sin \beta}{\pi V \sin i}$ برای تغییرات لحظه ای سرعت و زاویه $\Omega$ هامیلتونین را بشکل زیر می نویسیم :

$$H = 1 + \lambda_V(-f\cos\beta) + \lambda_\Omega \frac{2f \sin \beta}{\pi V \sin i}$$

( ۲۶ )

شرایط لازم برای بهینه شدن سامانه بصورت زیر است :

$$\frac{\partial H}{\partial V} = 0 \qquad \text{(الف- ۲۷)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \beta} = 0 \qquad \text{(الف-۲۸)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \beta} = 0 \qquad \text{(الف-۲۹)}$$

و با بکارگیری معادله ها میلتونین( معادله ۲۶) و حل معادلات فوق، خواهیم داشت:

$$\dot{\lambda}_V = \frac{2f \sin\beta}{\pi V^2 \sin i}\lambda_\Omega \qquad (۲۷-ب)$$

$$\dot{\lambda}_\Omega = 0$$

$$\tan\beta = -\frac{2}{\pi V \sin i}\cdot\frac{\lambda_\Omega}{\lambda_V} \qquad (۲۹-الف)$$

همانند بخش قبل با توجه به شرط transversality و اینکه همیلتونین ، تابعی از زمان نمی باشد، پس بنابراین :

$$\lambda_V = \frac{\cos\beta}{f} \qquad (۳۰)$$

$$\lambda_\Omega = -\frac{\pi V \sin\beta \sin i}{2f} \qquad (۳۱)$$

بطور مشابه با بخش قبل و انجام محاسبات لازم:

$$\dot{V} = -f\cos\beta = -f(\pm)\sqrt{1-\sin^2\beta} = \mp\frac{f\sqrt{V^2 - V^2\sin^2\beta}}{V} = \mp\frac{f\sqrt{V^2 - V_0^2\sin^2\beta_0}}{V}$$

$$\Delta V = \sqrt{V_0^2 - 2VV_0\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin i\,\Delta\Omega\right) + V^2}$$

$$V = \sqrt{V_0 + f^2t^2 - 2f.t.V_0\cos\beta_0}$$

(۳۲)

$$\tan\beta = \frac{V_0\sin\beta_0}{V_0\cos\beta_0 - f.t} \qquad (۳۳)$$

$$\lambda_V = \frac{V_0\cos\beta_0 - f.t}{fV} \quad , \lambda_V = {\cos\beta}/{f} \qquad (۳۴)$$

$$\cos\beta = \frac{V_0\cos\beta_0 - f.t}{V} \qquad (۳۵)$$

$$\Delta\Omega = \frac{2}{\pi\sin i}\left[\tan^{-1}\left(\frac{f.t - V_0\cos\beta_0}{V_0\sin\beta_0}\right) + \frac{\pi}{2} - \beta_0\right]$$

(۳۶)

با مقایسه با رابطه بدست آمده برای $\Delta i$ واضح است که :

$$\Delta i = \sin i \Delta\Omega \qquad (۳۷)$$

$$\tan \beta_0 = \frac{\sin(\frac{\pi}{2}\sin\ i\Delta\Omega_t)}{\frac{V_0}{V_f} - \cos(\frac{\pi}{2}\sin\ i\Delta\Omega_t)} \qquad (۳۸)$$

بدین ترتیب با دسته معادلات فوق، مسئله کنترل بهینه زمان مانور مداری فضاپیما در مدار قابل حل خواهد بود.

## شبیه سازی و حل عددی مسئله

در این قسمت دو انتقال بطور نمونه برای انتقال های $(V,i)$ و $(\Omega,V)$ با نام های A و B تعریف می کنیم. مشخصات این دو انتقال در جدول ۱ و نتایج بدست آمده در جدول ۲ آورده شده است. در انتقال A در نظر داریم ماهواره ای را از مداری با نیم قطر اصلی $a_0 = 7000\ km$ و با شیب $i_0 = 0\ deg$ به مدار نهایی با شیب $i_f = 28.5\ deg$ و با نیم قطر اصلی $a_f = 42166\ km$ منتقل کنیم.برای این کار از تراستر الکتریکی با شتاب $f = 3.5 \times 10^{-7} km/s^2$ استفاده‌می کنیم . با اطلاعات داده شده و با توجه به رابطه (۱۵)، $\beta_0 = 21.98\ deg$ بدست می آید با قرار دادن این مقدار و $\Delta i = 28.5$ در رابطه (۲۴) مقدار $\Delta V = 5.78378\ km/s$ محاسبه می شود. حداقل مدت زمان مورد نیاز برای این انتقال بوسیله رابطه (۲۵) ، ۱۹۱.۲۶ روز تعیین می شود.

با قرار دادن $\beta_0$ در رابطه (۲۱) مقدار $\beta$ بشکل تابعی از زمان بدست می آید . که در پایان زمان انتقال این مقدار برابر $\beta_f = 66.57\ deg$ می باشد. زاویه بهینه $\beta$ برای حداقل سازی مدت زمان انتقال A نسبت به زمان در شکل (۱) آورده شده ، همچنین ارتفاع و شیب مدار ، برای این انتقال بصورت تابعی از زمان در شکل های (۲) و (۳) آورده شده است .

در انتقال B می خواهیم ماهواره را از مداری با نیم قطر اصلی $a_0 = 7000\ km$ و با $\Omega_0 = 0\ deg$ به مدار نهایی با $a_f = 42166\ km$ و با نیم قطر اصلی $\Omega_f = 10\ deg$ منتقل کنیم . شیب مدار اولیه و نهایی برابر $i = 10\ deg$ می باشد . برای اینکار از تراستر الکتریکی با شتاب $f = 3.5 \times 10^{-7} km/s^2$ استفاده می کنیم .

با اطلاعات داده شده و با توجه به رابطه (۳۸) $\beta_0 = 1.86\ deg$ بدست می آید . با قرار دادن این مقدار ، f و $V_0$ در رابطه (۳۳) ، زاویه $\beta$ بهینه بشکل تابعی از زمان بدست می آید که این بشکل یک منحنی در شکل (۴) آمده است . مدت زمان این انتقال بوسیله رابطه (۲۵) ، ۱۴۸.۰۷روز تعیین می شود. مقدار نهایی $\beta$ در انتهای زمان انتقال ۴.۵۵ درجه می باشد. همچنین زاویه $\Omega$ صفحه مدار نسبت به زمان برای انتقال B بشکل تابعی از زمان در نمودار (۵) آورده شده است .

## نتیجه گیری

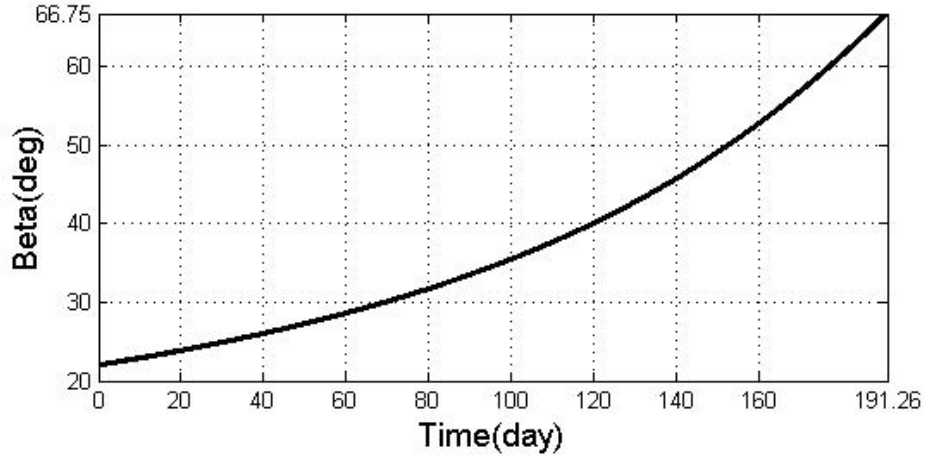
در این مقاله به بررسی مانورهای مورد نیاز برای تغییر مدار کاری ماهواره به وسیله تراستر الکتریکی با وزن کم پرداخته شد و بوسیله آنالیز Edelbuam تغییرات لحظه ای پارامترهای مدار را در نظر گرفته و توسط زاویه $\beta$ بعنوان متغیر کنترلی، مدت زمان تغییر ارتفاع مدار ، تغییر شیب مدار و تغییر زاویه $\Omega$ مدار را به حداقل رسید.این کار در دو بخش تحت عنوان انتقال $(V, i)$ و انتقال $(\Omega, V)$ انجام شد که برای هر مورد مثالی آورده شده است. مدت زمان انتقال و نحوه تغییر زاویه تراست به عنوان متغیر کنترلی برای هر مثال در نمودارهایی که به عنوان ضمیمه آورده شده پیداست.

| انتقال | مدار | a (km) | i (deg) | Ω (deg) |
|---|---|---|---|---|
| A | اولیه | ۷۰۰۰ | ۲۸,۵ | آزاد |
| | نهایی | ۴۲۱۶۶ | ۰ | آزاد |
| B | اولیه | ۷۰۰۰ | ۱۰ | ۰ |
| | نهایی | ۴۲۱۶۶ | ۱۰ | ۱۰ |

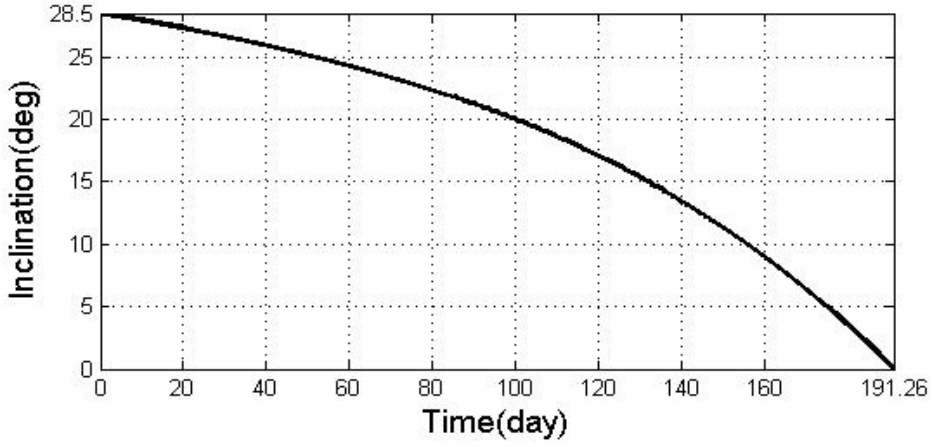
جدول۱. مشخصات انتقال های $A$ و $B$

| مورد | $\beta_0$ (deg) | $\beta_f$ (deg) | $\Delta V$ (km/s) | زمان انتقال (day) |
|---|---|---|---|---|
| A | ۲۱.۹۸ | ۶۶.۷۵ | ۵.۷۸۳۷ | ۱۹۱.۲۶ |
| B | ۱.۸۶ | ۴.۵۵ | ۴.۴۷۷ | ۱۴۸.۰۷ |

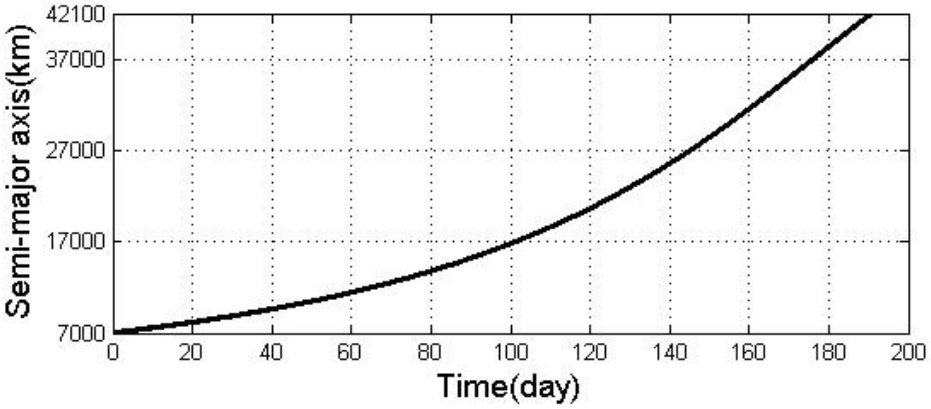
جدول ۲. نتایج بهینه سازی انتقال های A و B



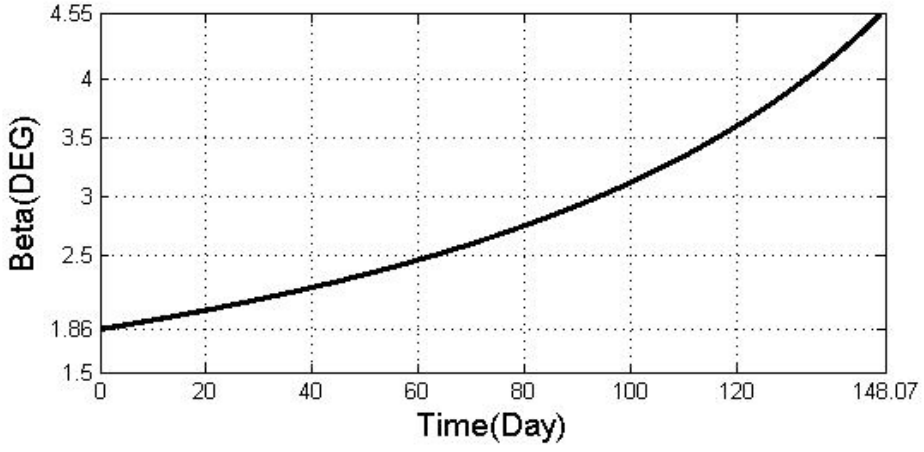

شکل ۱ . تغییرات زاویه تراست $\beta$ بهینه نسبت زمان برای انتقال A



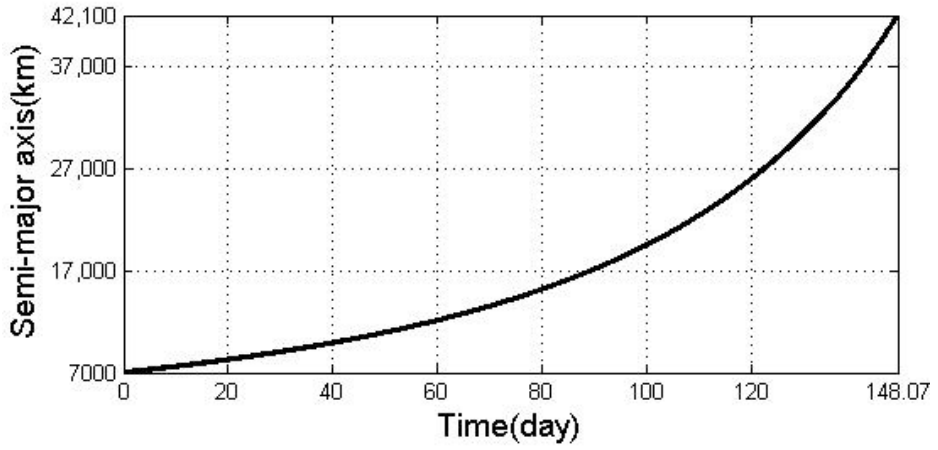

شکل ۲ .تغییرات شیب مدار ماهواره نسبت به زمان برای انتقال A




شکل ۳ . تغییرات سرعت ماهواره ارتفاع مدار ماهواره نسبت به زمان برای انتقال A




شکل ۴ . تغییرات زاویه تراست β بهینه نسبت به زمان برای انتقال B




شکل ۵ . تغییرات Ω صفحه مدار ماهواره نسبت به زمان برای انتقال B

## منابع

1.J.R.Wertz“Space Mission Analysis and Design“,Space Technology Library, 1999.

2.M.H. Kaplan, “Modern Spacecraft Dynamics and Control“, John Wiley & sons, 1976.

3.H.Helvajian and S.W Jan son, “Small Satellite: Past, Present, and Future, AIAA, 2008

4.T.NEdelbaum, “Propulsion requirements for controllable satellite” ARS Journal (August 1961) 1079-1089.

5.T.N. Edelbaum, “Theory of maxima and minima, optimization techniques with application to aerospace systems,” Academic, New York, 1962, PP. 1-32

6.W.E.Wiesel, S.Alfano “optimal many-revolution orbit transfer” AAS /AIAA, AAS paper 83-325,

7.T.N. Edelbaum, “Optimum power-limited orbit transfer in strong gravity fields” AIAA J., 3(1965)921

8.J.P.Marec, “Trajectories spatial optimal” course de l’ENSAE, Toulouse, 1973

9.J.P.Marec and N.X. VINH, “Optimal low-thrust limited-power transfers between arbitrary elliptical orbits” Acta Astronaut, 4(1977) 511

10.J.A. Kechichian “Reformulation of Edelbaum’s Low-thrust transfer problem using optimal control theory” Journal of Guidance, Control, and Dynamics 20 (5) (1997) 988-994

11.J.A. Kechichian “Optimal altitude-constrained Low-thrust transfer between inclined circular orbits” The Journal of the Astronautically Sciences 54 (3 and 4) (2006) 458-503

12.J.A. Kechichian, “Optimal Low-thrust transfer in general circular orbit using analytic averaging of system dynamics” F.Landis MarkleyAstronautics Symposium, AAS Paper 08-272 Cambridge, MD, June 29-July 2, 2008

13.J.P.Marec “Optimal space Trajectories” Elsevier scientific publishing company, 1979

14.David A. Valla do “Fundamentals of Astrodynamics and Application” United States AIR force Philips Laboratory

15.Vladimir A.Chobotv, “Orbital Mechanics” AIAA education series, second edition, 1996