

آرایه آنتن دارای چندگانگی فرکانس مبتنی بر تغییر فرکانس جابجایی بصورت تریبی

علی جبار رشیدی^۱، سعید رستگار کیسمی^۲، سید حسین محسنی ارمکی^۳، محسن فلاح^۴

^۱دانشیار دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، rashidi@mut.ac.ir

^۲دانشجوی دکتری دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، rastgars@yahoo.com

^۳دانشیار دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، mohseni@mut.ac.ir

^۴استادیار دانشگاه صنعتی مالک اشتر مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، mohsen-fallah@mut.ac.ir

چکیده

تحقیقات روی سیستمهای راداری نشان می‌دهد که بهره‌گیری از چندگانگی در فضا، فرکانس، زمان، قطبش و شکل موج می‌تواند باعث افزایش جابجایی، انعطاف پذیری، قابلیت اعتماد و کارایی این سیستم‌ها شود. در آرایه آنتن مبتنی بر چندگانگی فرکانس، عناصر آرایه با فرکانسهای متفاوتی که اختلاف اندکی دارند تحریک می‌شوند. در نتیجه، الگوی تشعشعی حاصل از این آرایه وابسته به فاصله و زاویه خواهد شد.

در این مقاله، یک آرایه آنتن با چندگانگی فرکانس به نام Quadratic-FDA معرفی می‌شود که عناصر آن به فاصله یکسان از یکدیگر قرار گرفته‌اند و ضرایب فرکانس جابجایی به صورت تریبی تغییر می‌یابد که این تغییر تابعی از فاصله عناصر از عنصر اول می‌باشد. برای تولید این ضرایب دو تابع مولد ضرایب فرکانس جابجایی پیشنهاد شده است که در یکی از آنها فاصله بکار رفته در تابع (ورودی تابع) بصورت خطی و در دیگری بصورت رابطه کسینوسی در نظر گرفته شده‌اند. روش معرفی شده یک الگوی تشعشعی غیر متناوب تولید می‌کند که برخلاف FDA رایج تنها در یک ناحیه از فضا دارای بیشینه است که می‌توان این بیشینه را با وزندهی مختلط دامنه مناسب به عناصر آرایه در فضا چرخاند. بدین لحاظ در مقایسه با اشکال دیگر FDA، استفاده از این ویژگی الگوی تشعشعی، تداخل‌های وابسته به فاصله قابل حذف بوده که نتیجه آن بهبود SINR و افزایش احتمال آشکارسازی است.

کلمات کلیدی

آرایه آنتن با چندگانگی فرکانس، فرکانس جابجایی، الگوی تشعشعی وابسته به فاصله، زاویه، تریبی

مقدمه

فراهم می‌کند تا اطلاعات گوناگونی به منظور بهبود عملکرد کلی، استخراج نمود.

تحریک عناصر آرایه آنتن بسته به نوع کاربرد، از آرایش‌های متفاوتی برحسب فرکانس، دامنه و فاز می‌تواند برخوردار باشد. چنانچه تحریک عناصر با اختلاف فرکانسی اندک و فاز یکسان صورت پذیرد، این آرایه، آرایه با چندگانگی فرکانس (FDA) نام دارد. ایده اولیه آرایه FDA، منبعث از آرایه آنتن با مدولاسیون زمانی^۱ است که توسط H. E. Shanks در سال ۱۹۶۱ معرفی شد [۲]. ایشان در مقاله خود تئوری جاروب الکترونیکی با استفاده از روشهای مدولاسیون زمانی را بیان و معادلات اساسی و روابط

استفاده از فرکانس‌های متفاوت در سیستم‌های راداری باعث بهبود آشکار سازی و طبقه‌بندی اهداف خواهد شد، زیرا این کار باعث ناهمبسته شدن کلاتر شده و تخمین بهتری از میانگین شدت اکوی بازگشتی اهداف را فراهم می‌کند و نمونه برداری پاسخ فرکانسی اهداف را تامین می‌کند [۱]. در این حالت، فرکانس‌های حامل به اندازه کافی جدا از یکدیگر بوده به طوری که پهنای باند سیگنال‌ها با یکدیگر همپوشانی ندارد. در این روش، خصوصیات الکترومغناطیسی سیگنال‌ها به طور چشمگیری با یکدیگر متفاوت بوده به طوری که این امکان را

^۱Time-Modulated Array Antenna

در این مقاله، یک FDA با توزیع غیر خطی فرکانس جابجایی آرایه شده که تغییر فرکانس جابجایی دارای رفتار مرتبه دو می‌باشد. این رفتار مزایایی خاصی به آرایه می‌دهد که در ادامه مورد بحث واقع خواهد شد. بخش‌های دیگر مقاله به شکل زیر سامان دهی شده‌اند. در ادامه، Quadratic-FDA پیشنهادی توصیف می‌شود و روابط ریاضی الگوی تشعشعی آن به صورت تحلیلی استخراج می‌گردد. در بخش بعد، الگوی تشعشعی در Matlab شبیه سازی شده و با الگوی رادار آرایه فازی و FDA راجع مقایسه می‌شود. پس از آن، از پنجره‌ها به منظور وزن‌دهی دامنه عناصر آرایه استفاده شده است، تا با استفاده از آن نسبت قله به گلبه‌های جانبی کاهش یابد و نهایتاً در بخش آخر، نتیجه‌گیری و کارهای آتی بیان شده است.

طراحی و تحلیل ریاضی آرایه

توصیف سیستم Quadratic-FDA

مفهوم FDA بر اساس فرکانس لحظه‌ای هر عنصر آرایه آنتن می‌باشد. هر عنصر آرایه توسط یک سیگنال CW تغذیه شده و یک اختلاف فرکانسی افزایشی میان عناصر متوالی آرایه وجود دارد که ایده اصلی تکنیک FDA می‌باشد. سیگنال‌های CW جداگانه، که به یکایک عناصر آرایه اعمال می‌شوند، در فضا با یکدیگر ترکیب شده به طوری که شکل موج منتج، مدولاسیون دامنه در زمان، فاصله و زاویه خواهد داشت. پارامترهای این مدولاسیون به اصطلاح دامنه اساساً با اختلاف فرکانس افزایشی Δf نسبت به فرکانس مرکزی، فاصله بین عناصر و وزن دهی دامنه و فاز عناصر تعیین می‌شود. شکل (1) یک FDA خطی با M عنصر را نشان می‌دهد که به فاصله مساوی d از یکدیگر قرار گرفته‌اند. آرایه پالس‌هایی به عرض T و زمان تکرار پالس T_r ارسال می‌کند. طرح پیشنهادی مشابه FDA راجع بوده با این تفاوت که اختلاف فرکانسی بین عناصر به صورت غیر یکنواخت می‌باشد. به عبارت دقیقتر، اختلاف فرکانسی به اندازه Δf_m ، بین عنصر m و فرکانس حامل مرجع f_0 برقرار است. به عبارت دیگر، در این حالت فرکانس عنصر m ، $f_m = f_0 + \Delta f_m$ در نظر گرفته می‌شود که در آن $m = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ می‌باشد. فرض می‌شود که همه عناصر ها در فاز همسان باشند.

برای سادگی مقدار Δf_m ، مولد فرکانس جابجایی نامیده می‌شود که در ادامه محاسبه آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. می‌توان الگوهای مختلفی را به منظور محاسبه Δf_m بکار برد. در FDA

مربوط به آن را ارائه نموده‌اند. بدین ترتیب یک روش جاروب الکترونیکی بدون استفاده از تغییر دهنده فاز بنیان نهاده شد. با توجه به اینکه در گزارش ارائه شده از افزایش اندک فرکانس در عناصر آرایه استفاده شده است ایده اولیه آرایه آنتن مبتنی بر چندگانگی فرکانس بدون نیاز به تغییر دهنده فاز پایه ریزی شد.

با توجه به پیشرفت‌های جدید در پردازش سیگنال‌های دیجیتال، استفاده از چندگانگی فرکانس در تئوری آرایه‌ها جلب توجه بیشتری نمود. آنتونیک و همکارانش در سال ۲۰۰۶ ساختاری کلی برای رادار آرایه‌ای با چندگانگی فرکانسی را معرفی نمودند [۳]. آنها نشان دادند وقتی یک افزایش فرکانس در میان عناصر آرایه اعمال شود، الگوی تشعشعی بدست آمده وابسته به فاصله‌ی هدف از آنتن است. آنها همچنین نشان دادند که چگونه زاویه جاروب با افزایش فرکانس، تغییر کرده و ایجاد زاویه جاروب ظاهری می‌نماید.

در یک مقاله دیگر [۴]، آنتونیک و همکارانش استفاده از چندگانگی شکل موج چند موده^۱ را توضیح دادند. آنها بخصوص بر روی استفاده از آرایه با چندگانگی فرکانس در رادارهای SAR^۲ و MTI^۳ تاکید کرده و یک ساختار برای آرایه با چندگانگی فرکانس ارائه کردند که بتواند هر دوی این وظایف را انجام دهد.

این مفهوم، یک موضوع داغ جدید است که مورد علاقه انجمن‌های مخابراتی برای کاربرد های تصویر برداری SAR [۵و۶] و آشکار سازی اهداف متحرک زمینی می‌باشد (GMTI) [۷]. در این سیستم فاز سیگنال‌های ارسالی در نواحی خاصی از فضا به علت هم‌فاز بودن، سازنده^۴ بوده و در حالی که در نواحی دیگر غیر هم‌فاز بوده و مخرب^۵ می‌باشند. این امر باعث ایجاد الگوی تشعشعی وابسته به فاصله شده که توسط تعداد عناصر و مقدار جابجایی فرکانس کنترل می‌شود.

در مرجع [۸]، یک آرایه با چندگانگی فرکانس که در آن ضرایب جابجایی فرکانس به صورت لگاریتمی تغییر می‌کند، ارائه شده است.

استفاده از تغییرات غیرخطی در فرکانس جابجایی باعث ایجاد قابلیت های خاصی در آرایه با چندگانگی فرکانس می‌گردد که بسته به نوع تغییرات، پیشنهاد های چندی ارائه شده است. یکی از این پیشنهاد ها استفاده از FDA با مدولاسیون مجذور مرتبه دوم فرکانس است [۹].

¹ multi-mode waveform diversity

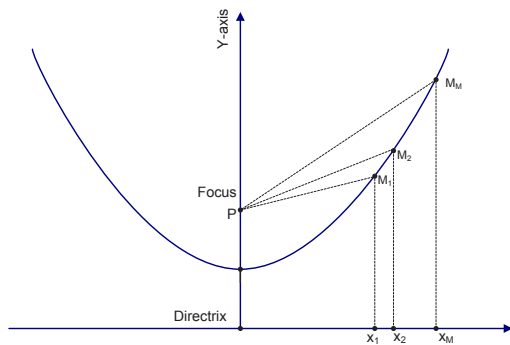
² synthetic aperture radar

³ moving target indication

⁴ constructive

⁵ destructive

می‌توان به ترتیب از روابط حاکم بر بیضی و یا هذلولی استفاده نمود. زیرا در بیضی مجموع فواصل هر نقطه روی محیط آن، از دو نقطه ثابت به نام کانون، همواره ثابت است. و همچنین در هذلولی، تفاضل هر نقطه روی محیط آن از دو کانون ثابت آن، همواره ثابت می‌باشد. از این ویژگی بیضی و یا هذلولی می‌توان به منظور تخصیص ضرایب فرکانس جابجایی بین عناصر آرایه بهره جست. به عنوان مثال، برای یک آرایه با M عنصر (M زوج)، تعداد $M/2$ نقطه روی محیط بیضی یا هذلولی انتخاب کرده و فاصله آنها را از دو کانون بدست آورده و پس از نرمالیزه کردن، به عنوان ضرایب فرکانس جابجایی به M عنصر آرایه اعمال می‌گردد. واضح است که در این حالت، علاوه بر این که توزیع فرکانس جابجایی به صورت غیر یکنواخت انتخاب می‌شود، رابطه (۱-الف) در حالت استفاده از معادله بیضی برای تخصیص ضرایب فرکانس جابجایی و همچنین رابطه (۱-ب) در حالت استفاده از معادله هذلولی برای محاسبه ضرایب فرکانس جابجایی برقرار می‌باشد. این موضوع روی دیگر مقاطع مخروطی نظیر سهمی نیز برقرار است که در این مقاله، از روابط حاکم بر سهمی برای بدست آوردن ضرایب جابجایی فرکانسی آرایه استفاده شده است. مطابق شکل (۲)، فاصله هر نقطه روی محیط سهمی از کانون^۱ و خط هادی^۲ مقدار ثابتی است.



شکل ۲. سهمی در دستگاه مختصات مرجع XYZ

با توجه به شکل (۲)، می‌توان روابط حاکم بر نقاط روی محیط سهمی را مطابق رابطه (۲) نوشت:

$$\begin{cases} M_1 P = M_1 x_1 \\ M_2 P = M_2 x_2 \\ \dots \\ M_M P = M_M x_M \end{cases} \quad (2)$$

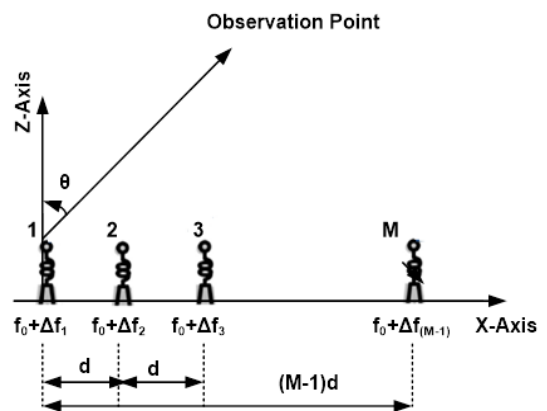
از روابط فوق می‌توان به نحوه اختصاص دادن فرکانس جابجایی به عناصر آرایه بهره جست. یعنی برای یک آرایه خطی M تایی،

فرکانس جابجایی به صورت یکنواخت افزایش می‌یابد و اختلاف فرکانسی افزایشی به اندازه Δf بین هر دو عنصر مجاور برقرار است، یعنی $f_m = f_0 + (m-1)\Delta f$. شایان ذکر است که الگوی تشعشی FDA راجع، به شکل S بوده که در زمان و فاصله به ترتیب با $\frac{1}{\Delta f}$ و $\frac{c}{\Delta f}$ متناسب می‌باشد [۱،۲]. با توجه به اینکه تصاعد حسابی بین فرکانس عناصر برقرار است، لذا رابطه (۱) بین فرکانس عناصر صادق است. برای سادگی در نوشتن روابط مقدار M ، زوج فرض می‌شود.

$$f_0 + f_{M-1} = f_1 + f_{M-2} = \dots = f_m + f_{M-m-1} \quad (1-f)$$

$$\frac{f_{M+2} - f_0}{2} = \frac{f_{M+4} - f_1}{2} = \dots = \frac{f_{M+2m} - f_{m-1}}{2} \quad (1-b)$$

به عنوان مثال، در FDA راجع با ده عنصر، مجموع فرکانس‌های عناصر اول و دهم، دوم و نهم، سوم و هشتم، چهارم و هفتم و در نهایت پنجم و ششم مقدار ثابتی می‌باشد. از طرف دیگر، تفاضل فرکانس‌های عناصر ششم و اول، هفتم و دوم، هشتم و سوم، نهم و چهارم و در نهایت دهم و پنجم هم عدد یکسانی است.



شکل ۱. شمای کلی ساختار FDA با فرکانس جابجایی غیر یکنواخت

هدف از این مقاله آرایه روشی است که رابطه (۱) در آن به طور تقریبی برقرار بوده ولی توزیع فرکانس جابجایی به صورت غیر یکنواخت باشد. بررسی‌ها نشان می‌دهد که روش معرفی شده، برخلاف FDA راجع، یک الگوی تشعشی غیرمتناوب تولید می‌کند که تنها در یک ناحیه از فضا دارای بیشینه است که می‌توان این بیشینه را با وزن دهی مختلط دامنه مناسب به عناصر آرایه در فضا چرخاند. همچنین، می‌توان با استفاده از این الگوی تشعشی که در مقایسه با شکل دیگر FDA دارای یک ناحیه بیشینه در فضا می‌باشد، تداخل‌های وابسته به برد را حذف نمود که در نتیجه آن بهبود SINR^۱ و افزایش احتمال آشکارسازی حاصل می‌شود. به منظور برآورده نمودن روابط حاکم بر رابطه (۱-الف) و (۱-ب)

انتخاب می کنیم، در نتیجه تعداد M نقطه روی محور x ها بدست می آید:

$$(p, p + \Delta x, p + 2\Delta x, \dots, 2p) \quad (9)$$

و با در نظر گرفتن نقاط فوق در معادله سهمی به عنوان طول، مختصات نقاط M_1, M_2, \dots, M_M و M_M بدست خواهد آمد. حال اگر، فاصله نقاط M_1, M_2, \dots را تا کانون P رابدست آوریم، پس از نرمالیزه کردن می توان از فاصله های بدست آمده به عنوان ضرایب فرکانس جابجایی عناصر استفاده کرده و مورد تست و ارزیابی قرار داد. بدین ترتیب، مختصات کانون سهمی برابر $p(0, P)$ بوده و با توجه به اینکه $x_m = P(1 + \frac{m}{(M-1)})$ ، آنگاه مقدار Δf_m برابر خواهد بود با:

$$\Delta f_m = \Delta f \sqrt{\left(P(1 + \frac{m}{(M-1)})\right)^2 + \left(P - \frac{1}{16}(1 + \frac{m}{(M-1)})^2\right)^2} \quad (10)$$

$$= P\Delta f \sqrt{\left(1 + \frac{m}{(M-1)}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{16P}(1 + \frac{m}{(M-1)})^2\right)^2}$$

فرستنده FDA توصیف شده در شکل (۱) را در نظر بگیرید. سیگنال ارسالی توسط عنصر m م برابر است با:

$$x_m(t) = a_m e^{-j2\pi f_m t}, 0 < x_m(t) < T \quad (11)$$

$$f_m = f_0 + \Delta f_m \quad m=0,1,2,\dots, M-1 \quad (12)$$

بنابر این عبارت الگوی تشعشعی $p(f, t, R_0, \theta)$ برابر خواهد بود با:

$$p(f, t, R_0, \theta) = \sum_{m=0}^{M-1} \frac{a_m}{R_0} e^{-j2\pi(f_m t - \frac{R_m}{c})} = \sum_{m=0}^{M-1} \frac{a_m}{R_0} e^{-j2\pi f_m(t - \frac{R_m}{c})} = \sum_{m=0}^{M-1} \frac{1}{R_0} e^{-j2\pi(f_0 + \Delta f_m)(t - \frac{R_m}{c})} \quad (13)$$

که در آن
$$\Delta f_m = P\Delta f \sqrt{\left(1 + \frac{m}{(M-1)}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{16P}\left(1 + \frac{m}{(M-1)}\right)^2\right)^2}$$

و رابطه (۱۰) مولد فرکانس جابجایی در این حالت می باشد. با فرض $M=10$ مقادیر فرکانس جابجایی مطابق جدول (۱) بدست می آید. با توجه به جدول (۱) ملاحظه می شود که مجموع فرکانس های عناصر اول و دهم، دوم و نهم، سوم و هشتم و ... تقریباً با هم برابر بوده و رابطه (۱-الف) برقرار می باشد.

انتخاب M نقطه روی محور x ها با الگوی $x_m = 2P \cos\left(\frac{m}{M}\pi\right)$

در این حالت با توجه به شکل (۲)، نقاط روی محور x ها را با $m=0,1,2,\dots, M-1$ که در آن $x_m = 2P \cos\left(\frac{m}{M}\pi\right)$ الگوی انتخاب می کنیم. مشابه بخش قبل، فاصله نقاط متناظر با x_m روی محیط سهمی را از کانون محاسبه کرده و پس از نرمالیزه

M نقطه روی محیط سهمی انتخاب نموده و فاصله آنها را تا کانون محاسبه کرده و به عنوان ضریب فرکانس جابجایی آرایه مورد استفاده قرار داد. به عبارت دقیقتر، با توجه به شکل (۲) فاصله نقاط تا کانون P را حساب کرده و پس از نرمالیزه کردن به عنوان فرکانس جابجایی به M عنصر آرایه خطی اعمال می کنیم. یعنی،

$$(M_1P, M_2P, \dots, M_MP) \quad (3)$$

باضرب آرایه فوق در Δf فرکانس جابجایی که به M عنصر اعمال می شود، مطابق رابطه ذیل است:

$$(M_1P*\Delta f, M_2P*\Delta f, \dots, M_MP*\Delta f) \quad (4)$$

با توجه به روابط حاکم بر FDA رایج می توان عبارت (۵) را بدست آورد:

$$M_1P*\Delta f + M_MP*\Delta f \approx M_2P*\Delta f + M_{M-1}P*\Delta f \approx \dots \approx cte \quad (5)$$

روش تحلیلی محاسبه ضرایب

اکنون، به روش تحلیلی به محاسبه ضرایب غیر خطی فرکانس جابجایی پرداخته می شود. معادله سهمی عمودی در حالت کلی به صورت (۶) در نظر گرفته می شود:

$$y = ax^2 + bx + c \quad (6)$$

که در آن کانون P در مختصات $p(\frac{-b}{2a}, \frac{1-D}{4a})$ قرار دارد و $D = b^2 - 4ac$. همچنین طول فاصله کانونی p برابر خواهد بود با:

$$p = \left(\frac{1-D}{4a}\right) - \left(\frac{-D}{4a}\right) = \frac{1}{4a} \quad (7)$$

بسته به اینکه نقاط روی محیط سهمی با چه الگویی انتخاب شوند، الگوهای مختلفی برای ضرایب فرکانس جابجایی بدست می آید که در ادامه دو الگو معرفی شده و مورد بررسی قرار می گیرند.

انتخاب M نقطه روی محور x ها با الگوی $x_m = P\left(1 + \frac{m}{(M-1)}\right)$

حال مطابق شکل (۲) در دستگاه مختصات مرجع xoy ، معادله سهمی را به صورت $y = ax^2$ و $P = \frac{1}{4a}$ در نظر می گیریم و روی محور x ها در بازه $[P, 2P]$ ، M نقطه با گام

$$\Delta x = \frac{P}{M-1} \quad (8)$$

رابطه (۱۶) بیانگر مولد فرکانس جابجایی در این حالت می‌باشد. با فرض $M=10$ مقادیر فرکانس جابجایی مطابق جدول (۲) بدست می‌آید. با توجه به جدول (۲) ملاحظه می‌شود که در این حالت نیز رابطه (۱) به صورت تقریبی برقرار است. با دقت در روابط (۱۳) و (۱۵)، واضح است که الگوی تشعشی در $t=0$ و $R_0=0$ و $\theta = 0$ بیشینه خواهد شد. برای چرخش بیشینه‌ی الگوی تشعشی در مکان (R', θ') در وزن مختلط دامنه a_m باید به صورت رابطه (۱۷) باشد:

$$a_m = e^{j2\pi\left(f_0 + P\Delta f \sqrt{1 - \frac{1}{4}\sin^2\left(\frac{2m}{M}\pi\right)}\right)\left(\frac{R' + m\sin\theta'}{c}\right)} \quad (17)$$

بدون در نظر گرفتن R_0 و برای سادگی، الگوی تشعشی چرخانده شده را می‌توان به صورت رابطه (۱۸) نوشت:

$$p(f, t, R_0, \theta) = \sum_{m=0}^{M-1} \frac{a_m}{R_0} e^{-j2\pi\left(f_0 + P\Delta f \sqrt{1 - \frac{1}{4}\sin^2\left(\frac{2m}{M}\pi\right)}\right)\left(t - \frac{R_m}{c}\right)} = \sum_{m=0}^{M-1} \frac{a_m}{R_0} e^{-j2\pi\left(f_0 + P\Delta f \sqrt{1 - \frac{1}{4}\sin^2\left(\frac{2m}{M}\pi\right)}\right)\left(t - \frac{(R-R') + m(\sin\theta - \sin\theta')}{c}\right)} \quad (18)$$

این رابطه را نمی‌توان بیشتر ساده کرد و به شکل بسته نوشت، اما در بخش بعد رابطه (۱۸) بر حسب مقادیر مختلف (R', θ') در نرم افزار MATLAB شبیه سازی شده است. لازم به ذکر است که در رابطه (۱۸) اگر مقدار $\Delta f = 0$ شود، جمله نامی دوم (شامل Δf) حذف شده و معادله فوق تبدیل به الگوی تشعشی یک رادار آرایه فازی می‌شود که بیشینه الگو در جهت θ' می‌باشد. همچنین اگر به جای $P \sqrt{1 - \frac{1}{4}\sin^2\left(\frac{2m}{M}\pi\right)}$ مقدار m گذاشته شود، الگوی تشعشی رابطه فوق تبدیل به رادار FDA رایج شده که مقدار جابجایی فرکانس بین دو عنصر مجاور Δf ثابت می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی الگوی تشعشی در بخش آتی نشان داده شده است.

کردن به عنوان ضرایب جابجایی فرکانس به FDA خطی با M عنصر اعمال می‌کنیم. برای محاسبه Δf_m به روش تحلیلی، در این حالت نیز، فرستنده FDA توصیف شده در شکل (۱) را در نظر بگیرید. مطابق شکل (۲) مشابه بخش قبل، در دستگاه مختصات مرجع xOy ، معادله سهمی $y = ax^2$ و $P = \frac{1}{4a}$ فرض می‌شود. با انتخاب M نقطه با الگوی $x_m = 2P \cos\left(\frac{m}{M}\pi\right)$ روی محور x ها، آنگاه مقدار Δf_m برابر خواهد بود با:

$$\begin{aligned} \Delta f_m &= \Delta f \sqrt{\left(P \cos\left(\frac{m}{M}\pi\right)\right)^2 + \left(P - 4aP^2 \cos^2\left(\frac{m}{M}\pi\right)\right)^2} \\ &= \Delta f \sqrt{P^2 \cos^2\left(\frac{m}{M}\pi\right) + P^2 \left(1 - \cos^2\left(\frac{m}{M}\pi\right)\right)^2} \\ &= P\Delta f \sqrt{\cos^2\left(\frac{m}{M}\pi\right) + \left(1 - \cos^2\left(\frac{m}{M}\pi\right)\right)\sin^2\left(\frac{m}{M}\pi\right)} \\ &= P\Delta f \sqrt{1 - \cos^2\left(\frac{m}{M}\pi\right)\sin^2\left(\frac{m}{M}\pi\right)} \\ &= P\Delta f \sqrt{1 - \frac{1}{4}\sin^2\left(\frac{2m}{M}\pi\right)} \end{aligned} \quad (14)$$

بنابراین، عبارت الگوی تشعشی $p(f, t, R_0, \theta)$ برابر خواهد بود با:

$$p(f, t, R_0, \theta) = \sum_{m=0}^{N-1} \frac{a_m}{R_0} e^{-j2\pi\left(f_m t - \frac{R_m}{\lambda_m}\right)} = \sum_{m=0}^{N-1} \frac{a_m}{R_0} e^{-j2\pi f_m \left(t - \frac{R_m}{c}\right)} = \sum_{m=0}^{N-1} \frac{a_m}{R_0} e^{-j2\pi\left(f_0 + P\Delta f \sqrt{1 - \frac{1}{4}\sin^2\left(\frac{2m}{M}\pi\right)}\right)\left(t - \frac{R_m}{c}\right)} \quad (15)$$

که در آن $R_m = R_0 + m\sin\theta$. در اینجا، با توجه به این که

$$\Delta f_m = P\Delta f \sqrt{1 - \frac{1}{4}\sin^2\left(\frac{2m}{M}\pi\right)} \quad (16)$$

می‌باشد، دیگر مانند FDA رایج $p(f, t, R_0, \theta)$ نسبت به زمان متناوب نمی‌باشد.

جدول ۱- مقادیر جابجایی فرکانس به روش غیر یکنواخت با مولد $\Delta f_m = P\Delta f \sqrt{\left(1 + \frac{m}{(M-1)}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{16P}\left(1 + \frac{m}{(M-1)}\right)^2\right)^2}$ برای یک آرایه خطی با تعداد ۱۰ عنصر

شماره عنصر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
Δf_m (kHz)	۳۰۰	۳۲۹	۳۴۶	۳۵۲	۳۸۵	۴۰۶	۴۲۵	۴۲۹	۴۵۴	۴۸۰

جدول ۲. مقادیر جابجایی فرکانس به روش غیر یکنواخت با مولد $\Delta f_m = P\Delta f \sqrt{1 - \frac{1}{4}\sin^2\left(\frac{2m}{M}\pi\right)}$ برای یک آرایه خطی با تعداد ۱۰ عنصر

شماره عنصر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
Δf_m (kHz)	۳۰۰	۳۲۹	۳۴۶	۳۵۲	۳۸۵	۴۰۶	۴۲۵	۴۲۹	۴۵۴	۴۸۰

شبه سازی و بررسی نتایج

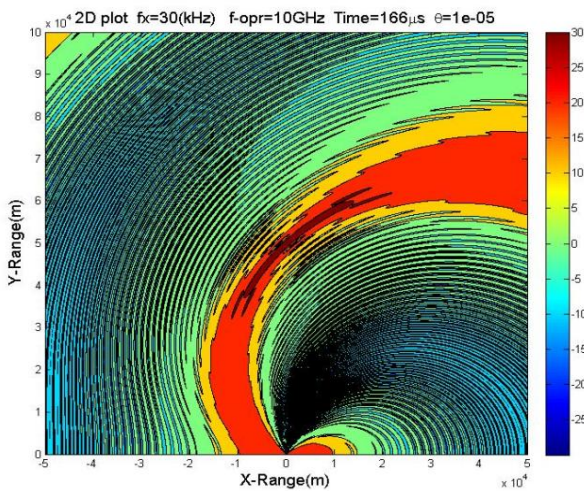
در این بخش، الگوی تشعشی روابط (۱۳)، (۱۵) و (۱۸) برای دو مولد فرکانس جابجایی شبه‌سازی شده است. در تمامی حالات فاصله بین عناصر آرایه برابر نصف طول موج بزرگترین فرکانس، $d = \frac{\lambda_{min}}{2} = \frac{1}{2} \frac{c}{f_0 + \Delta f_{max}}$ ، در نظر گرفته می‌شود. پارامترهای شبه‌سازی در جدول (۳) نشان داده شده است.

شایان ذکر است که برای یک FDA رایج با $\Delta f = 30\text{kHz}$ الگوی تشعشی آرایه در زمان با $\Delta t = \frac{1}{\Delta f} = 33.33\mu\text{s}$ و در مسافت (فاصله) با $\Delta R = \frac{c}{\Delta f} \cong 10\text{km}$ متناوب می‌باشد، که در آن c برابر سرعت نور می‌باشد [۱۰ و ۱۱]. در این حالت مولد فرکانس جابجایی، $\Delta f_m = (m-1)\Delta f$ می‌باشد.

جدول ۳. پارامترهای شبه‌سازی Quadratic-FDA

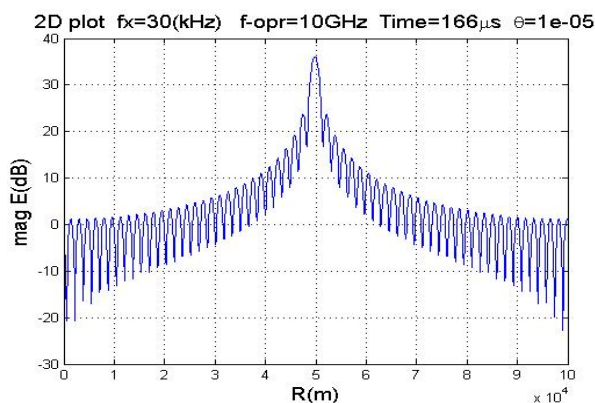
f_0 (فرکانس حامل مرکزی)	10GHz
M (تعداد عناصر آرایه)	64
T (زمان ارسال پالس)	1ms

با توجه به اینکه الگوی تشعشی تابعی از چهار متغیر است با ثابت در نظر گرفتن متغیر زمان، الگوی تشعشی سه بعدی شبه‌سازی می‌شود. نتایج شبه‌سازی الگوی تشعشی Quadratic-FDA در شکل های (۳) تا (۷) برای مقادیر مختلف (R', θ') در زمان ثابت نشان شده است. پارامترهای شبه‌سازی مطابق جدول (۳) می‌باشد. آرایه خطی در مبدا مختصات قرار دارد. با توجه به دستگاه مختصات مرجع xoy، شبه‌سازی به اندازه 100Km در راستای محور xها و yها انجام شده است. در شکل (۳) الگوی تشعشی یک FDA غیریکنواخت با $M=64$ عنصر نشان داده شده است. فرکانس مرکزی $f_0=10\text{GHz}$ و مولد فرکانس جابجایی $\Delta f_m = \frac{\Delta f}{4a} \sqrt{\left(1 + \frac{m}{(M-1)}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{16P} \left(1 + \frac{m}{(M-1)}\right)^2\right)^2}$ می‌باشد ($\Delta f = 30\text{kHz}$ و $a=1/32$) محورهای افقی و عمودی بیانگر فاصله می‌باشند. ملاحظه می‌شود که در $t=166\mu\text{s}$ الگوی تشعشی در فاصله 50km نسبت به آرایه دارای مقدار بیشینه 35.8 dB می‌باشد. همچنین واضح است که در راستای عمود بر محور آرایه، گلبرگ جانبی حدود 13dB پایینتر از مقدار بیشینه می‌باشد. این موضوع در شکل (۴) نشان داده شده است.

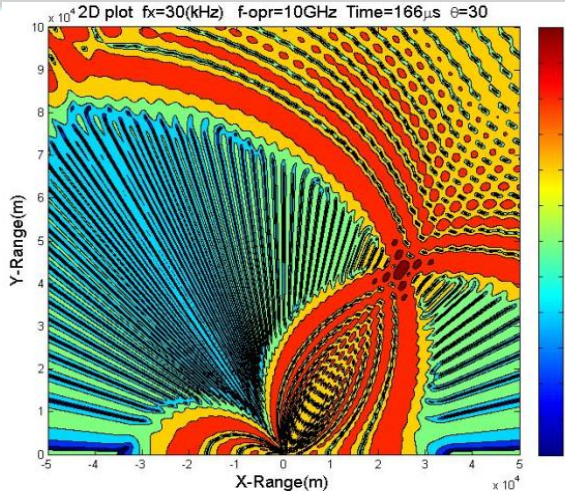


شکل ۳. الگوی تشعشی FDA خطی با $M=64$ عنصر در فرکانس $f_0=10\text{GHz}$ و در $t=166\mu\text{s}$ و با مولد فرکانس جابجایی $\Delta f_m = 30\text{kHz}$ و $a=1/32$.

در شکل‌های (۵) و (۶) نیز الگوی تشعشی یک FDA غیریکنواخت با $M=64$ عنصر نشان داده شده است. فرکانس مرکزی $f_0=10\text{GHz}$ و مولد فرکانس جابجایی در این حالت می‌باشد ($\Delta f = 30\text{kHz}$ و $a=1/32$) مشاهده می‌شود که در $t=166\mu\text{s}$ الگوی تشعشی در فاصله 50km نسبت به آرایه دارای مقدار بیشینه 35.8 dB و اولین گلبرگ جانبی در راستای عمود بر محور آرایه حدود 9dB کمتر از مقدار بیشینه می‌باشد. با توجه به شکل (۵) ملاحظه می‌شود که الگوی تشعشی نسبت به محور عمودی آرایه دارای تقارن می‌باشد و ناحیه بیشینه در این حالت در دایره‌ای به شعاع تقریبی 3km واقع شده است.



شکل ۴. الگوی تشعشی FDA خطی با $M=64$ عنصر در فرکانس $f_0=10\text{GHz}$ و در $t=166\mu\text{s}$ و با مولد فرکانس جابجایی شکل (۳) و در راستای عمود بر محور آرایه



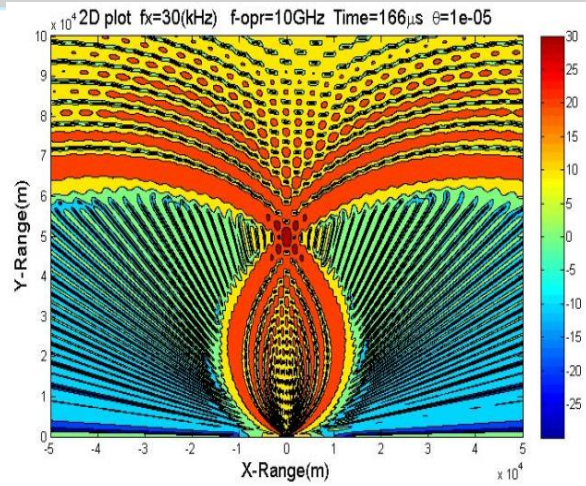
شکل ۷. الگوی تشعشعی FDA خطی با $M=64$ عنصر در فرکانس $f_0=10\text{GHz}$ و $\Delta f = 30\text{kHz}$ و مولد ضرایب فرکانس جابجایی $\frac{\Delta f}{4a} \sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{2m}{M} \pi \right)}$ در مکان $(R', \theta') = (50\text{km}, 30^\circ)$ و $t = 166\mu\text{s}$ در $(a=1/32)$.

بدیهی است که در شکل های فوق با افزایش زمان متناسب با شیفیت فاز اعمالی به عناصر آرایه، مقدار بیشینه در راستای شعاعی از مرکز آرایه دور خواهد شد. همانطور که در شکل های (۳) تا (۷) ملاحظه می شود الگوی تشعشعی در (R', θ') دارای بیشینه می باشند.

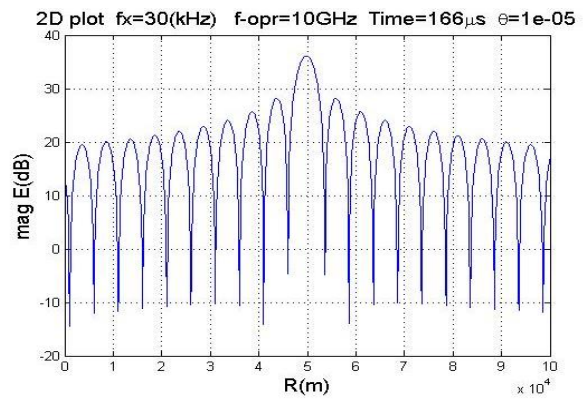
به منظور مقایسه الگوی تشعشعی Quadratic-FDA با رادار آرایه فازی و FDA رایج، واضح است که الگوی تشعشعی رادار آرایه فازی تنها وابسته به زاویه بوده و قادر نیست تداخل های وابسته به فاصله را حذف کند. الگوی تشعشعی FDA رایج اگرچه به فاصله و زاویه وابسته است و قادر است تداخل های وابسته به فاصله را حذف کند، اما به دلیل داشتن طبیعت تناوبی قادر نیست تداخل های را که در بیشینه های دیگر واقع شده اند، حذف نماید. لازم به ذکر است که الگوی تشعشعی FDA رایج با مقادیر فرکانس جابجایی بین عناصر آن به صورت یکنواخت، دارای طبیعت تناوبی می باشد، در حالی که الگوی تشعشعی Quadratic-FDA به دلیل اینکه فرکانس جابجایی بین عناصر آن به صورت غیر یکنواخت است دارای طبیعت غیر متناوب می باشد.

استفاده از پنجره ها برای کاهش نسبت قله اصلی به کلبک های جانبی

در آرایه آنتن معمولی استفاده از پنجره ها باعث بهبود نسبت قله به لوب های جانبی در الگوی تشعشعی خواهد شد و در مقابل

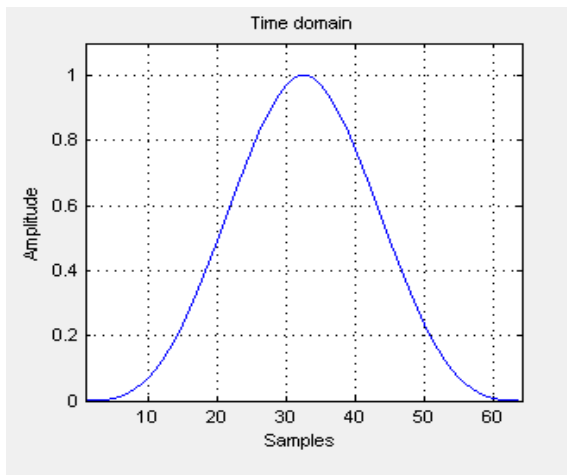


شکل ۵. الگوی تشعشعی FDA خطی با $M=64$ عنصر در فرکانس $f_0=10\text{GHz}$ و $\Delta f = 30\text{kHz}$ و مولد ضرایب فرکانس جابجایی $\frac{\Delta f}{4a} \sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{2m}{M} \pi \right)}$ در $t = 166\mu\text{s}$ در $(a=1/32)$.



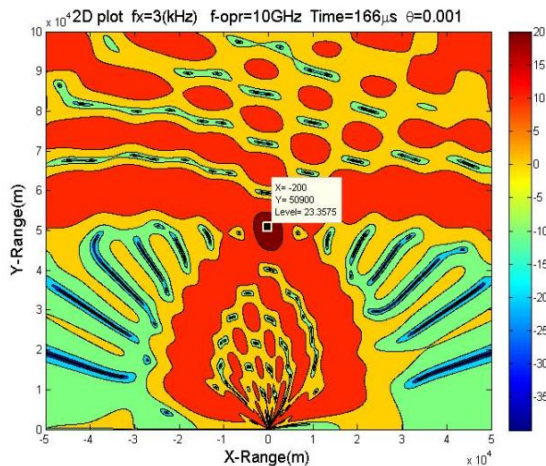
شکل ۶. الگوی تشعشعی FDA خطی با $M=64$ عنصر در فرکانس $f_0=10\text{GHz}$ و $\Delta f = 30\text{kHz}$ و مولد ضرایب فرکانس جابجایی شکل (۵) و در راستای عمود بر محور آرایه

در شکل (۷) الگوی تشعشعی FDA غیر یکنواخت با $M=64$ نشان داده شده است که نشان روی پرتو آن در $\theta=30^\circ$ انجام شده است. با توجه به شکل ملاحظه می شود که بیشینه پرتو در مکان $(R', \theta') = (50\text{km}, 30^\circ)$ و در $t = 166\mu\text{s}$ در ناحیه ای به شعاع 3km شکل گرفته است. مولد فرکانس جابجایی در این حالت نیز $\frac{\Delta f}{4a} \sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{2m}{M} \pi \right)}$ با مشخصات فرکانسی $(\Delta f = 30\text{kHz}$ و $a=1/32)$ می باشد.



شکل ۹. ضرایب پنجره Bohman با ۶۴ نقطه

در ادامه مقاله، به شبیه‌سازی و بررسی پنجره های Hann، Bohman خواهیم پرداخت. در شکل (۹) الگوی تشعشی FDA خطی با $N=15$ عنصر در فرکانس $f_0=10\text{GHz}$ قبل از اعمال پنجره نشان داده شده است. در شکل های (۱۰) تا (۱۱) نتایج شبیه سازی بعد از اعمال پنجره‌های Bohman و Hann نشان داده شده است. با دقت در شکل‌های مذکور ملاحظه می‌شود که نسبت قله به لوب‌های جانبی در الگوی تشعشی بهبود یافته است.

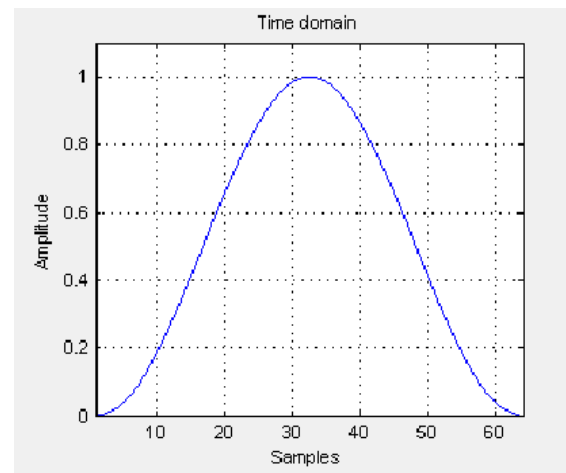


شکل ۱۰. الگوی تشعشی FDA خطی با $N=15$ عنصر در فرکانس $f_0=10\text{GHz}$ قبل از اعمال پنجره Bohman

قابلیت تفکیک^۱ (در این حالت فاصله و زاویه) کاهش می‌یابد. اصول عملکرد پنجره‌ها در آرایه، بر مبنای کاهش دامنه عناصر کناری نسبت عناصر مرکزی آن می‌باشد. به عنوان مثال، ضرایب عنصر m در پنجره hann توسط رابطه زیر بدست می‌آید [۱۲]:

$$w(m) = 0.5(1 - \cos(2\pi m/M)) \quad 0 \leq n \leq M \quad (19)$$

که در آن طول پنجره $L=M+1$ می‌باشد. به عنوان مثال، ضرایب پنجره Hann با ۶۴ نقطه به صورت شکل (۸) می‌باشد:



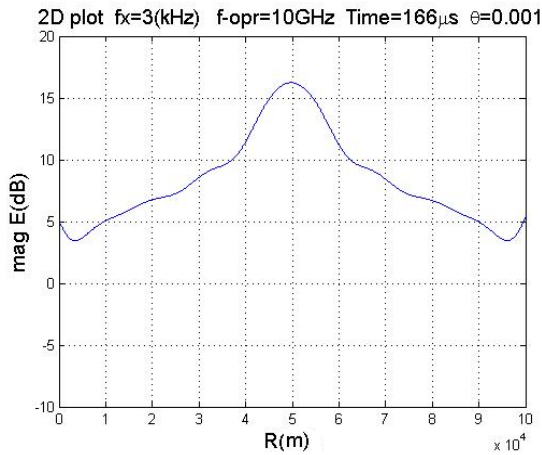
شکل ۸. ضرایب پنجره Hann با ۶۴ نقطه

و همچنین معادله برای محاسبه ضرایب پنجره Bohman برابر است با [۱۳]:

$$w(x) = (1 - |x|) \cos(\pi|x|) + \frac{1}{\pi} \sin(\pi|x|) \quad -1 < x < 1 \quad (20)$$

که در آن x یک بردار به طول L می‌باشد. عناصر اول و آخر در پنجره Bohman برابر صفر می‌باشد. به عنوان مثال، ضرایب پنجره Bohman با $L=64$ نقطه مطابق شکل (۹) می‌باشد.

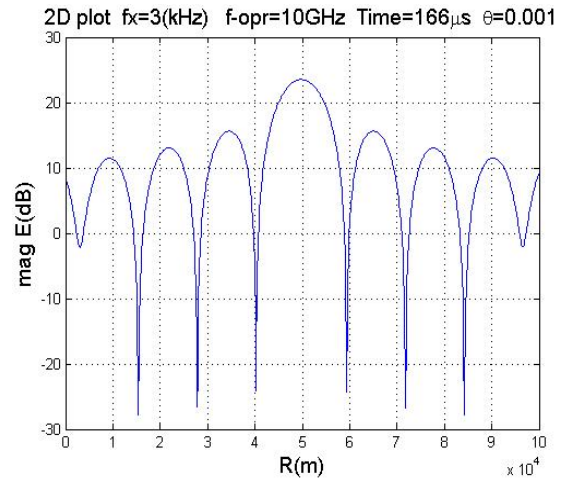
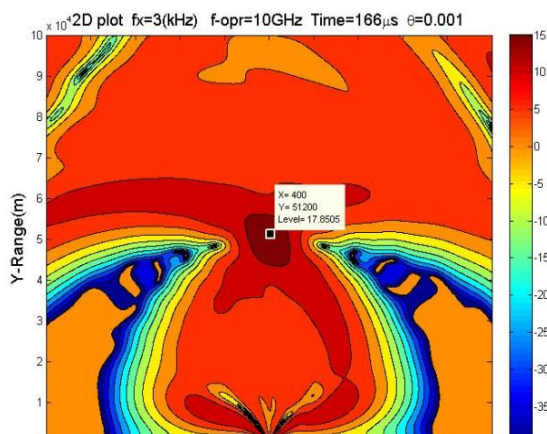
¹Resolution



شکل ۱۳. الگوی تشعشی FDA خطی با $M=15$ عنصر در فرکانس $f_0=10\text{GHz}$ بعد از اعمال پنجره Bohman و در راستای عمود بر محور آرایه

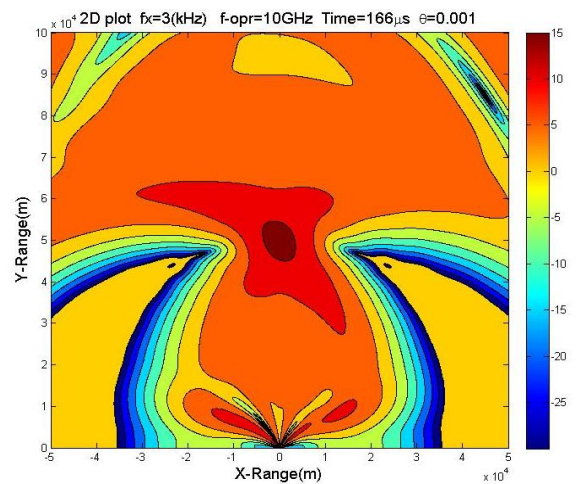
در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) نیز الگوی تشعشی یک FDA غیریکنواخت با $M=15$ عنصر بعد از اعمال پنجره نشان داده شده است. با توجه در شکل‌های مذکور ملاحظه می‌شود که مقدار بیشینه 16.5dB می‌باشد. با مقایسه شکل‌های (۱۱) و (۱۳) ملاحظه می‌شود که در راستای عمود بر محور آرایه سطح گلبرگ پنجره Bohman بهبود یافته است. جزئیات بیشتر الگوی تشعشی در شکل‌های (۱۰) و (۱۲) نشان داده شده است.

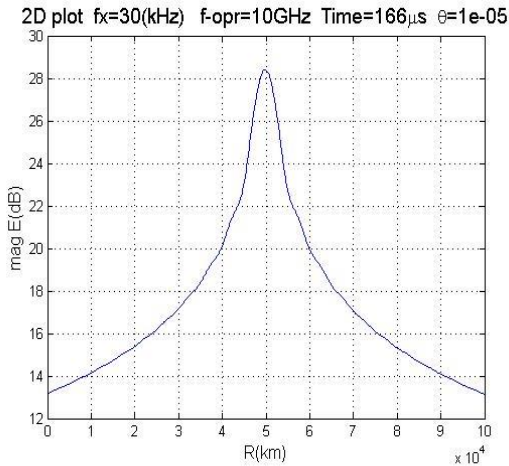
با شرایط حالت قبل، الگوی تشعشی یک FDA غیریکنواخت با $M=15$ عنصر بعد از اعمال پنجره hann در شکل‌های (۱۴) و (۱۵) نشان داده شده است.



شکل ۱۱. الگوی تشعشی FDA خطی با $M=15$ عنصر در فرکانس $f_0=10\text{GHz}$ قبل از اعمال پنجره Bohman و در راستای عمود بر محور آرایه

در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) الگوی تشعشی یک FDA غیریکنواخت با $M=15$ عنصر قبل از اعمال پنجره Bohman نشان داده شده است ($a_m=1$). فرکانس مرکزی $f_0=10\text{GHz}$ و مولد فرکانس جابجایی در این حالت $\sqrt{1-\frac{1}{4}\sin^2\left(\frac{2m}{M}\pi\right)}$ می‌باشد ($\Delta f = 3\text{kHz}$ و $a=1/32$). مشاهده می‌شود که در $t = 166\mu\text{s}$ الگوی تشعشی در فاصله 50km نسبت به آرایه دارای مقدار بیشینه 23.3 dB می‌باشد.





شکل ۱۷. الگوی تشعشعی FDA غیرخطی با $N=64$ عنصر در فرکانس $f_0=10\text{GHz}$ بعد از اعمال پنجره Bohman

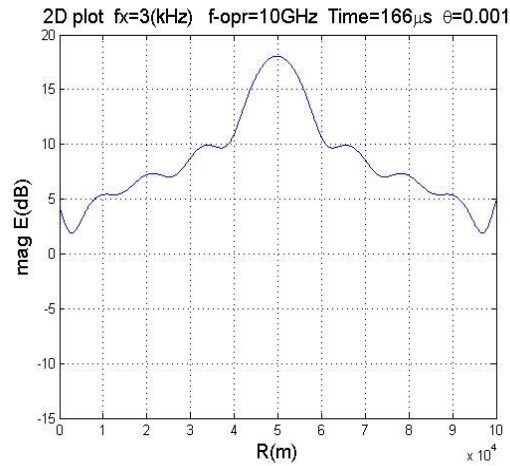
نتیجه گیری و کارهای آینده

در این مقاله، آرایه با چندگانگی فرکانس با فواصل یکنواخت بین عناصر و افزایش فرکانس جابجایی غیر یکنواخت آرایه شده است. نتایج نشان می دهد که سیستم پیشنهادی یک الگوی تشعشعی غیر متناوب تولید میکند که برخلاف FDA رایج، تنها در یک ناحیه از فضا در زمان ثابت دارای بیشینه است؛ این بدان معنی است که تداخل های ناشی از منابع موجود در خارج از این ناحیه بیشینه در فضا را می توان کاهش داد. همچنین می توان با وزن دهی مختلط دامنه مناسب به عناصر آرایه، این ناحیه بیشینه را در فضا چرخاند. این موضوع امتیازی واضح نسبت به FDAهای رایج به دست می دهد که نمی توانند تداخل های ناشی از منابع موجود در سایر بیشینه ها (در زوایا و فواصل مختلف) را حذف کنند. با استفاده از پنجره ها می توان باعث بهبود نسبت قله به لوب های جانبی در الگوی تشعشعی شد که در مقابل آن قابلیت تفکیک (در این حالت برد و زاویه) کاهش می یابد. در این مقاله تنها سیستم فرستنده معرفی شده است و در کارهای آینده، سیستم فرستنده-گیرنده معرفی می شود. اگر هر عنصر شکل موج مختص به خود را ارسال کند و این شکل موج ها با یکدیگر متعامد باشند با توجه به تعامد بین سیگنال های ارسالی می توان در گیرنده آنها را از هم جدا نمود.

مراجع

- [1] Barton, D. K. "Frequency Agility and Diversity" Norwood, MA: Artech House, 1977.
- [2] H. E. Shanks, "A new technique for electronic scanning," IRE Trans. on Antennas and

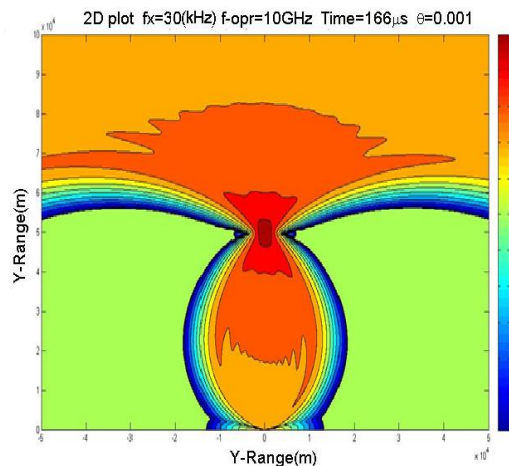
¹orthogonal



شکل ۱۵. الگوی تشعشعی FDA غیرخطی با $M=15$ عنصر در فرکانس $f_0=10\text{GHz}$ بعد از اعمال پنجره hann و در راستای عمود بر محور آرایه

در شکل (۱۶) و (۱۷) نیز الگوی تشعشعی FDA غیرخطی با $N=64$ عنصر بعد از اعمال پنجره Bohman نشان داده شده است.

مولد فرکانس جابجایی در این حالت $\frac{\Delta f}{4a} \sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{2m}{M} \pi \right)}$ می باشد ($\Delta f = 30\text{kHz}$ و $a = 1/32$). الگوی تشعشعی قبل از اعمال پنجره در شکل (۵) نشان داده شده است. از مقایسه شکل های (۶) و (۱۶) ملاحظه می شود که نسبت قله به لوب های جانبی در الگوی تشعشعی بعد از اعمال پنجره Bohman بهبود یافته است.



شکل ۱۶. الگوی تشعشعی FDA غیرخطی با $M=64$ عنصر در فرکانس $f_0=10\text{GHz}$ بعد از اعمال پنجره Bohman

- "IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2013
- [9] عسکری، مرضیه، محسنی ارمکی، سید حسین و فلاح، محسن. "تحلیل الگوی تشعشی آرایه آنتن با چندگانگی فرکانس مبتنی بر مدولاسیون مجذور فرکانس موج پیوسته" مجله رادار، سال سوم، شماره ۱، بهار ۱۳۹۴، صفحه ۲۵-۳۴.
- [10] P. Sammartino and C. Baker, "Developments in the Frequency Diverse Bistatic System," in Radar Conference, 2009 IEEE, pp. 1-5, IEEE, 2009.
- [11] P. Sammartino, C. Baker, and H. Griffiths, "Frequency Diverse MIMO Techniques for Radar," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems vol. 49, no. 1 January 2013.
- [12] Oppenheim, Alan V., Ronald W. Schaffer, and John R. Buck. Discrete-Time Signal Processing. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1999, p. 468.
- [13] Harris, Fredric J. "On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform." Proceedings of the IEEE®. Vol. 66, January 1978, pp. 51-8
- Propagation, vol. 9, pp.162 -166, March 1961.
- [3] P. Antonik, M. Wicks, H. Griffiths, and C. Baker, "Frequency diverse array radars," in Radar, 2006 IEEE Conference on, p. 3 pp., 2006.
- [4] P. Antonik, M. Wicks, H. Griffiths, and C. Baker, "Multi-mission multi-mode waveform diversity," in Radar, 2006 IEEE Conference on, p. 3, IEEE, 2006.
- [5] Farooq, J., Temple, M. A., and Saville, M. A. Application of frequency diverse arrays to synthetic aperture radar imaging. In Proceedings of the International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA 2007), Torino, Italy, Sept. 2007, pp. 447-449.
- [6] Farooq, J., Temple, M. A., and Saville, M. A. Exploiting frequency diverse array processing to improve SAR image resolution. In Proceedings of the IEEE Radar Conference, (RADAR'08), Rome, Italy, May 2008, pp. 1-5.
- [7] Baizert, P., et al. Forward-looking radar GMTI benefits using a linear frequency diverse array. Electronics Letters, 42, 22 (2006), 1311-1312.
- [8] Waseem Khan, Ijaz Mansoor Qureshi, Sarah Saeed, "Frequency Diverse Array radar with Logarithmically Increasing Frequency Offset

