

## طراحی فیلتر میان نگذر به منظور افزایش پهنای باند نوسانگر نیم کروی در ژيروسکوپ ارتعاشی

ریحانه امجدی پور<sup>۱</sup>، محمدرضا عاروان<sup>۲</sup>، آیلار خوشه مهری<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق-کنترل، مجتمع برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر  
<sup>۲</sup> استاد، مهندسی برق، کنترل، مجتمع برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، arvan@mut.ac.ir  
<sup>۳</sup> استادیار، مهندسی برق، الکترونیک، مجتمع برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

### چکیده

ژيروسکوپ‌های ارتعاشی با نوسانگر نیم‌کروی از ژيروسکوپ‌های الکترومکانیکی نوین است که پایداری با یاس و مقاوم بودن در برابر اغتشاش‌های محیطی به دلیل ساختار فیزیکی یکپارچه، از برتری‌های آن است. با توجه به مدل دینامیکی، ساختار متقارن و ضریب کیفیت بالای نوسانگر، یکی از چالش‌های ژيروسکوپ‌های ارتعاشی با نوسانگر متقارن محدودیت بازه دینامیکی فرکانس ورودی است. در این مقاله به روش ابتکاری با طراحی فیلتر میان‌نگذر محدودیت بازه دینامیکی فرکانس ورودی نوسانگر نیم کروی رفع شده است سپس با پردازش سیگنال خروجی فیلتر، مدل اندازه‌گیری نرخ دوران طراحی شده است. در این طراحی تاثیر فیلتر پایین‌گذر در خطای اندازه‌گیری نشان داده شده است. با طراحی فیلتر میان‌نگذر محدودیت دینامیکی فرکانس ورودی نوسانگر نیم کروی از ۳ به ۱۰۰ هرتز افزایش یافته است. با طراحی مناسب فیلتر پایین‌گذر نیز دقت خطای اندازه‌گیری نرخ دوران به ۰٫۰۵ درصد افزایش می‌یابد.

### کلیدواژه

ژيروسکوپ ارتعاشی - نوسانگر متقارن - پهنای باند - HRG

### مقدمه

(MRIG)<sup>[۲]</sup>، ژيروسکوپ با وزن و قیمت پایین، دقت و قابلیت اطمینان بالا به دست می‌آید [۱]. ساختار متقارن آن باعث کاهش اختلاف فرکانس بین مودهای ارتعاش می‌شود. ویژگی‌های نوسانگر نیم کروی این قابلیت را به ژيروسکوپ می‌دهد تا به صورت نرخی - انتگرالی نیز بتواند عمل کند. در این عملکرد محدودیت دینامیکی افزایش می‌یابد و خطای ناشی از انتگرال‌گیری نیز رخ نمی‌دهد.

عملکرد نرخی - انتگرالی از جهت عدم وجود خطای انتگرالی که موجب انحراف نسبت به مقدار واقعی ورودی می‌شود و همچنین افزایش این مقدار در طول زمان نسبت به عملکرد نرخی مناسب‌تر است. لازم به ذکر است هر ساختار پوسته‌ای (نوسانگر) مانند ساختار نیم‌کره قابلیت پیاده‌سازی این عملکرد را ندارد [۲]. در [۱] الگوریتم طراحی کنترل‌کننده و روش کالیبراسیون برای میکرو ژيروسکوپ‌های ارتعاشی با نوسانگر نیم کروی ارائه داده شده است. در این مرجع با اشاره به طراحی کنترل‌کننده بیان شده برای ژيروسکوپ‌های ارتعاشی با نوسانگر نیم کروی در [۳]، عنوان کرده است که طرح پیشنهاد شده غیرخطی است. در نتیجه تحلیل و پیش‌بینی کارایی کنترل‌کننده بر روی نمونه واقعی دشوار است. برای حل این مشکل روش جدید دم‌دولاسیون ارائه داده است که در این روش مسئله کنترل غیرخطی به مسئله

ژيروسکوپ با نوسانگر نیم کروی (HRG)<sup>[۱]</sup> نوعی از ژيروسکوپ‌های ارتعاشی است که جسم در حال نوسان آن پوسته نیم کروی است. زمانی که یک جسم در حال نوسان، دوران داده شود. به سبب دوران، نیروی کوریولیس به آن اعمال می‌شود که این نیرو متناسب با نرخ دوران است. این پدیده فیزیکی اساس کار ژيروسکوپ‌های ارتعاشی است.

از مهم‌ترین مزیت‌های HRG می‌توان به سادگی ساخت‌افزار و عدم وجود بخش متحرک، اشاره کرد. ویژگی‌های HRG سبب شده تا به‌عنوان ژيروسکوپ با قابلیت اطمینان بالا، دقیق و مقاوم در برابر اختلال‌های محیطی مانند ارتعاش، مانور و شوک شناخته شود. مزیت دیگر HRG آن است که در دو عملکرد نرخی و نرخی - انتگرالی می‌تواند کار کند [۱].

نمونه‌هایی از نوسانگر ژيروسکوپ مدنظر این تحقیق، با فناوری MEMS در دانشگاه مالک اشتر ساخته شده است. ژيروسکوپ‌های MEMS ویژگی‌هایی نظیر وزن و قیمت کم دارند علاوه بر آن، ژيروسکوپ نرخی - انتگرالی HRG بسیار دقیق است و قابلیت اطمینان بالایی دارد. با ساخت ژيروسکوپ نرخی - انتگرالی به روش MEMS یعنی ریز ژيروسکوپ نرخی - انتگرالی

<sup>۲</sup> Microscale Rate Integrating Gyroscopes

<sup>۱</sup> Hemispherical Resonator Gyroscope

با رویکرد پوسته دارند. به این معنا که به نوسانگر از دید ساخت و به دست آوردن معادلات حرکتی تمام نقاط پوسته (نوسانگر) نگاه می‌کنند.

در [۱۹،۲۰،۲۱] به منظور بررسی پوسته نیم‌کروی، معادلات حاکم بر پوسته بررسی و مدل‌سازی شده است. با انتخاب روش عددی المان محدود شبیه‌سازی سه‌بعدی آن صورت گرفته است. در [۲۲] معادلات تحریک الکترواستاتیک به دست آورده شده و با روش عددی المان محدود شبیه‌سازی شده است.

مسئله موردبحث در این مقاله مدل‌سازی عملکرد نوسانگر نیم‌کروی برای اندازه‌گیری نرخ دوران در ژيروسکوپ ارتعاشی است. این مدل‌سازی شامل مدل‌سازی دینامیکی رفتار پوسته و طراحی فیلتر میان‌گذر برای افزایش پهنای باند و فیلتر پایین‌گذر افزایش دقت اندازه‌گیری در ژيروسکوپ است. بدین منظور ابتدا با توجه به ساختار هندسی نوسانگر الگوی ارتعاش آن در غیاب و حضور نرخ دوران باید مدل‌سازی شود. برای شبیه‌سازی عملکرد نوسانگر در حضور نرخ دوران، محدوده دینامیکی مشخصی (۱۰۰ هرتز) در نظر گرفته شده است. ویژگی‌هایی نظیر تقارن و ضریب کیفیت بالای نوسانگر، باعث کاهش پهنای باند آن تا ۳ هرتز می‌شود. برای حل این مشکل با روش ابتکاری در این تحقیق، فیلتر خروجی طراحی می‌شود و با راستی آزمایشی عملکرد فیلتر، افزایش محدوده فرکانسی انجام خواهد شد. در این راستی آزمایشی از دوران خازن‌ها نسبت به الکتروود صرف‌نظر شده است.

در ساخت پوسته ژيروسکوپ ارتعاشی با نوسانگر نیم‌کروی، نظریات مختلفی وجود دارد به طوری که پوسته می‌تواند قارچی شکل با پایه محوری و شبه‌کروی با پایه‌ی محیطی و... باشد. با این حال قسمت مرتعش آن همان سطح مقطع پوسته است که در همه هندسه‌های پوسته، دایره شکل است. به همین ترتیب نوسانگر مورد مطالعه در مدل‌سازی، دایره دوطبقه در نظر گرفته شده است.

روش‌های الکترواستاتیک و پیزوالکتریک و اپتوالکتریک از نمونه روش‌های دریافت و اعمال سیگنال پوسته هستند که در اینجا روش الکترواستاتیک در نظر گرفته شده است. در این روش خازن‌هایی در اطراف پوسته تعبیه می‌شوند که با ایجاد اختلاف ولتاژ بین خازن‌ها و نوسانگر، می‌توان ارتعاشات نوسانگر را با تشخیص اختلاف بار خازن‌ها اندازه‌گیری کرد.

به منظور شبیه‌سازی و مدل‌سازی عملکرد نوسانگر نیم‌کروی در ژيروسکوپ ارتعاشی، ابتدا نیاز به بررسی کارهای تحقیقاتی مشابه در این حوزه است. در بخش اول با در نظر گرفتن مرجع [۲]، نحوه تحریک نوسانگر و ارتعاشات آن به صورت دینامیکی مدل‌سازی شده است. با توجه به ساختار نوسانگر، محدوده دینامیکی فرکانس ورودی بسیار محدود بوده است. در بخش دوم، با طراحی فیلتر میان‌گذر و قرار دادن آن در خروجی

طراحی کنترل‌کننده خطی نامتغیر با زمان (LTI) تغییر می‌کند. در انتها نتیجه گرفته است که با تغییر مسئله از کنترل غیرخطی به خطی، باعث افزایش قابلیت اطمینان و قابل پیش‌بینی بودن کارایی کنترل‌کننده شده است.

در [۴] مدولاسیون انجام شده بر روی سیگنال‌های کنترلی در HRG را در نظر گرفته و عنوان کرده است سیگنال‌های کنترلی بر روی فرکانس بالایی مدوله می‌شوند و این سبب ایجاد اغتشاش و در نظر نگرفتن نامعینی‌ها می‌شود. به این منظور سیستم کنترل را سیستم همراه با نامعینی و اغتشاش در نظر گرفته و برای این سیستم، کنترل مقاوم طراحی کرده است. در نهایت با طراحی کنترل مقاوم، عملکرد کنترل سیستم ژيروسکوپ در پیاده‌سازی بهبود پیدا کرده است.

در [۵] با ارجاع به [۶] مدل ریاضی ژيروسکوپ HRG را معرفی کرده و با در نظر گرفتن غیرخطی بودن معادلات، کنترل‌کننده به روش پس‌خور خطی‌ساز طراحی کرده است. در نهایت عملکرد این کنترل‌کننده، مناسب برای پیاده‌سازی تشخیص داده شده است.

در [۲] برای تبدیل یک پوسته نیم‌کره میکرونی به میکرو ژيروسکوپ با نوسانگر نیم‌کروی، ابتدا ساختار نوسانگر (پوسته) را مدل‌سازی و سپس مدار الکترونیک کنترلی طراحی کرده است تا رفتار مناسب پوسته را فراهم آورد. به منظور افزایش دقت و بهبود کارکرد ژيروسکوپ مدار واسط الکترونیکی طراحی شده است تا از خطاهایی مانند اثرگذاری الکترودها برهم و تخلیه الکتریکی و غیره جلوگیری شود.

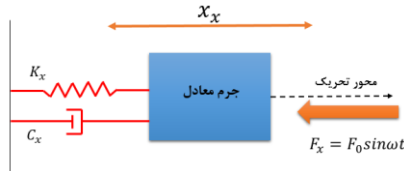
در [۷] ابتدا عملکرد ژيروسکوپ‌های ارتعاشی را مورد بررسی قرار داده سپس به طور خاص در مورد ژيروسکوپ‌های ارتعاشی با نوسانگر شانه‌ای بحث کرده است. در [۲] و [۷] با وجود تفاوت در ساختار نوسانگر، ارتعاشات آن با سیستم مرتبه دوم جرم، فنر و میراگر مدل شده است. البته که تفاوت زیادی بین این دو مدل‌سازی است اما شباهت‌های موجود ناشی از نگرش به نوسانگر از دید طراحی مدلی دینامیکی است که مناسب برای تحلیل رفتارهای نوسانگر و تأثیر نرخ دوران در عملکرد آن می‌باشد.

در [۱۱،۱۰،۹،۸] با تکیه بر عملکرد حلقه بسته ژيروسکوپ ارتعاشی و طراحی کنترل‌کننده خطی، مدلی برای اندازه‌گیری نرخ دوران ارائه داده و پیاده‌سازی کرده‌اند. در [۱۲] طراحی عملکرد حلقه بسته را برای ژيروسکوپ ارتعاشی با نوسانگر نیم‌کروی انجام داده است.

در [۱۳] مروری مختصر بر عملکرد کنترلی انجام داده سپس به نحوه ساخت پوسته نیم‌کره پرداخته است. در [۱۴، ۱۵] به ساخت پوسته نیم‌کره با فناوری MEMS پرداخته است.

مراجع [۱۱،۱۷،۱۸] با عناوین مدل‌سازی نوسانگر در ژيروسکوپ ارتعاشی با نوسانگر نیم‌کروی، تکیه بر فیزیک و جنس نوسانگر

خاصیت ذخیره‌سازی انرژی در فنر است. این عامل می‌تواند مدلی از مشخصه‌هایی نظیر جنس نوسانگر و ساختار هندسی آن باشد. میراگر معادل هر عاملی است که حرکت نوسانی جرم را میرا می‌کند. میراگر مدلی از اصطکاک، دمپینگ هوا، فشار، جنس و ساختار نوسانگر است. با وجود میراگر در سیستم اگر نیرویی مانند ضربه یا پله به سیستم اعمال شود، نوسانگر ابتدا شروع به نوسان می‌کند. دامنه نوسان به مرور زمان کاهش یافته و در نهایت به صفر می‌رسد، به عبارت دیگر نوسانات میرا می‌شود.



شکل ۱. مدل دینامیکی نوسان گر یک درجه آزادی

رابطه ۱ نشان‌دهنده معادلات سیستم جرم، فنر و میراگر در حالت ایده‌آل است. که در آن  $X_x$  جابجایی نوسانگر ناشی از نیروی تحریک (خارجی)،  $c_x$  ثابت میراگر (ضریب میراگر)،  $k_x$  ثابت فنر و  $F_x$  نیروی خارجی یا همان نیروی تحریک می‌باشند. با توجه به رابطه ۱، این سیستم به صورت سیستم مرتبه دو به دست می‌آید. اگر  $\omega_{nx}$  فرکانس طبیعی سیستم و  $\zeta_x$  ضریب میرایی است. اگر سیستم به دست آمده با ورودی  $F_x$  و خروجی  $X_x$ ، پایدار، خطی و تغییرناپذیر با زمان باشد، می‌توان نتیجه گرفت اگر ورودی سیستم یک سیگنال سینوسی با فرکانسی معین باشد، آنگاه حالت دائمی خروجی نیز یک سیگنال سینوسی با همان فرکانس اما با اندازه و فاز متفاوت خواهد بود. با توجه به مطالب بیان شده و رابطه ۱، برای حرکت تناوبی نوسانگر یا به عبارت دیگر ارتعاش آن، باید نیروی تحریک، سینوسی باشد. فرکانس ارتعاش نوسانگر برابر با فرکانس نیروی خارجی خواهد بود. با توجه به رابطه ۱  $X_x$  که در حالت ایده‌آل تنها ناشی از فرکانس تحریک است، با فرکانس ورودی و با دامنه  $X_{x0}$  و اختلاف فاز (با ورودی)  $\phi_x$  می‌باشد. استخراج رابطه نیروی تحریک و دامنه نوسانات راستای تحریک به شرح زیر است.

$$m\ddot{x}_x + c_x\dot{x}_x + k_x x_x = F_x$$

$$\ddot{x}_x + 2\zeta_x \omega_{nx} \dot{x}_x + \omega_{nx}^2 x_x = \frac{F_x}{m}$$

$$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{k_x}{m}}, \quad \zeta_x = \frac{c_x}{2m\omega_{nx}} \quad (1)$$

$$\frac{X_x(s)}{F_x(s)} = \frac{1/m}{s^2 + 2\zeta_x \omega_{nx} s + \omega_{nx}^2}, \quad F_x = F_0 \sin \omega t$$

$$x_x = x_{x0} \sin(\omega t + \phi_x)$$

سیستم تشخیص، محدوده دینامیکی فرکانس ورودی افزایش یافته است. در بخش سوم، به منظور راستی آزمایشی فیلتر طراحی شده و مدل ارائه شده برای اندازه‌گیری نرخ دوران، نتایج حاصل از شبیه‌سازی ارائه شده است.

## مدل مد تحریک و تشخیص

برای مدل‌سازی عملکرد نوسانگر نیم‌کروی برای اندازه‌گیری نرخ دوران در ژيروسکوپ ارتعاشی، ابتدا باید رفتار نوسانگر را تحلیل و مدل‌سازی کرد. با این کار می‌توان تأثیر فیزیکی دوران در نوسانگر را مورد بررسی قرار داده و در مدل دینامیکی نوسانگر تأثیر داد. به این منظور در این بخش ابتدا رفتار مد تحریک و تشخیص نوسانگر یک درجه آزادی در حالت ایده‌آل مدل‌سازی شده است. سپس با ایجاد تناظری بین نوسانگر یک درجه آزادی و نیم‌کروی، مدل‌سازی مد تحریک و تشخیص نوسانگر نیم‌کروی ارائه شده است. به منظور تحریک نوسانگر روش الکترواستاتیک در نظر گرفته شده، در این روش با اعمال ولتاژ مناسب به خازن‌های اطراف نوسانگر، نیروی لازم برای ارتعاش ایجاد خواهد شد. در ادامه به مدل‌سازی تحریک الکترواستاتیک پرداخته شده است. لازم به ذکر است به منظور حل مسئله‌ی مدل‌سازی عملکرد اندازه‌گیری نرخ دوران در ژيروسکوپ ارتعاشی با نوسانگر نیم‌کروی، از دوران الکترودها نسبت به موقعیت‌های گره و شکم در حضور نرخ دوران، صرف‌نظر شده است. روابط موجود در این بخش از مرجع [۲] آورده شده است.

## مدل‌سازی مد تحریک نوسان گر یک درجه آزادی

در ژيروسکوپ‌های ارتعاشی همواره جسمی، حرکت تناوبی دینامیکی دارد و این رفتار دینامیکی جسم همان ارتعاش نام دارد. اساس کار ژيروسکوپ‌های ارتعاشی نیروی کوریولیس است، که این نیرو به جسم در حال ارتعاش اعمال می‌شود که هم‌زمان سرعت زاویه‌ای نیز داشته باشد. در ژيروسکوپ‌های ارتعاشی اثر این نیرو اندازه‌گیری می‌شود. بنابراین در این نوع ژيروسکوپ‌ها نیاز به جسمی در حال ارتعاش با نام نوسانگر می‌باشد. برای مدل‌سازی این حرکت، ساده‌ترین مدل نوسانگر در نظر گرفته شده است که همان سیستم جرم، فنر و میراگر می‌باشد. این سیستم در شکل ۱ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱، سیستم شامل جرم است که معادل جرم نوسانگر با هر ساختاری می‌باشد. فنر معادل هر عاملی است که در برابر حرکت جرم مخالفت می‌کند و نیرویی خلاف جهت به آن اعمال می‌کند. همچنین فنر عامل ذخیره کردن انرژی در سیستم نیز می‌باشد. به طوری که در سیستم جرم و فنر (بدون میراگر) اگر ضربه‌ای به سیستم اعمال شود نوسانات جرم، نامیرا است. دلیل این نامیرایی

$$m\ddot{x}_y + c_y\dot{x}_y + k_yx_y = F_c$$

$$F_c = -2m\Omega_z\dot{x}_x$$

$$\ddot{x}_y + 2\zeta_y\omega_{ny}\dot{x}_y + \omega_{ny}^2x_y = \frac{F_c}{m} \quad (2)$$

$$\omega_{ny} = \sqrt{\frac{k_y}{m}}, \quad \zeta_y = \frac{c_y}{2m\omega_{ny}}$$

$$\frac{X_y(s)}{F_c(s)} = \frac{1/m}{s^2 + 2\zeta_y\omega_{ny}s + \omega_{ny}^2}$$

برای افزایش حساسیت نوسانگر نسبت به نرخ دوران، باید ضرایب معادله  $F_c$  به بیشترین مقدار خود برسند. با توجه به رابطه ۳ در بین ضرایب،  $x_{x0}$  در دست طراح می‌باشد. برای آن که نوسانگر در راستای تحریک، بیشترین دامنه نوسان ( $x_{x0}$ ) را داشته باشد، لازم است فرکانس نیروی ورودی برابر با فرکانس تشدید سیستم مرتبه دو راستای تحریک باشد.

$$F_x = F_0 \sin(\omega_r t)$$

$$x_x = x_{x0} \sin(\omega_r t + \phi) \quad (3)$$

$$\rightarrow F_c = -2m\Omega_z x_0 \omega_r \cos(\omega_r t + \phi)$$

با اعمال نیروی تحریک سینوسی با فرکانس تشدید سیستم، نوسانات راستای تحریک نیز با فرکانس تشدید خواهد بود. با توجه به رابطه ۳ با فرض آن که نرخ دوران ورودی عدد ثابت  $\Omega_z$  باشد، فرکانس نیروی کوریولیس که نوسانات راستای تحریک را ایجاد می‌کند نیز فرکانس تشدید خواهد بود. اگر فرکانس نیروی کوریولیس برابر با فرکانس تشدید راستای تحریک باشد، حساسیت سیستم نسبت به نرخ دوران، افزایش پیدا می‌کند. برای تحقق این امر باید فرکانس تشدید راستای تحریک و تشخیص برابر باشد. به این ویژگی هماهنگی مد<sup>۳</sup> گفته می‌شود. قبلاً گفته شد که جرم مد تحریک و تشخیص برابر فرض شده است. بنابراین برای برقراری شرط هماهنگی مد تنها لازم است شرط  $K_x = K_y$  برقرار باشد. ذکر این نکته لازم است که در ساخت نوسانگر، راستای تحریک و تشخیص به دلایل نقص پیاده‌سازی متقارن نیستند و لازم است به روش‌های مختلف اختلاف این دو راستا را به کمینه رساند.

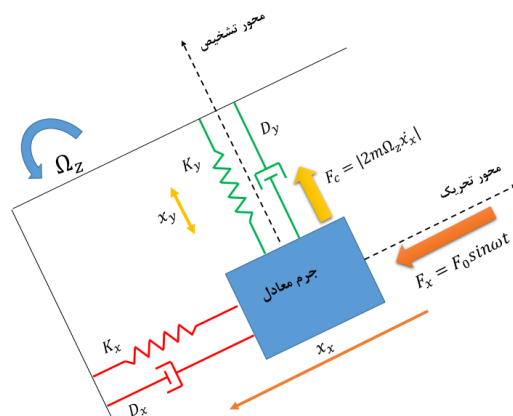
### تناظر مدل‌سازی نوسانگر

$$x_{x0} = \frac{\frac{F_0}{k_x}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta_x \frac{\omega}{\omega_{nx}}\right]^2}}$$

$$\phi_x = -\tan^{-1} \frac{2\zeta_x \frac{\omega}{\omega_{nx}}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2}$$

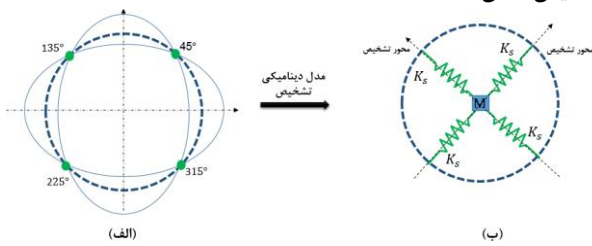
### مدل‌سازی مد تشخیص نوسانگر یک درجه آزادی

مطابق شکل ۱ و توضیحات بیان شده، با اعمال نیروی سینوسی تحریک، نوسانگر در راستای تحریک (محور x) شروع به نوسان می‌کند. در این حالت نوسانگر در راستای عمود نوسانی ندارد. اگر این سیستم جرم، فنر و میراگر که در حال نوسان در راستای تحریک می‌باشد، در راستای عمود به صفحه چرخانده شود، مطابق قانون کوریولیس، نیرویی در راستای عمود، به نوسانگر اعمال می‌شود که سبب نوسان در این راستا نیز می‌شود. این راستای عمود بر راستای تحریک، تشخیص نامیده می‌شود. بنابراین در دوران این سیستم علاوه بر راستای تحریک، در راستای تشخیص نیز ارتعاش وجود دارد. برای مدل‌سازی ارتعاش در این راستا، مانند راستای تحریک، سیستم جرم  $m$ ، فنر  $k_y$  و میراگر  $c_y$  در نظر گرفته می‌شود. شکل ۲ مدل‌سازی موارد بیان شده را نشان داده که در آن جرم مد تحریک و تشخیص برابر فرض شده است. با توجه به رابطه ۲ فرکانس طبیعی مد تشخیص  $\omega_{ny}$  و ضریب میرایی آن  $\zeta_y$  است. چون نوسانگر در هر دو مد تحریک و تشخیص ایده‌آل فرض شده و تأثیر محیط بر آن نادیده گرفته شده است، جابجایی نوسانگر  $x_y$  در راستای تشخیص تنها تابع نیروی کوریولیس  $F_c$  می‌باشد. نیروی کوریولیس نیز تابعی از نرخ دوران و مشتق جابجایی نوسانگر (سرعت ارتعاش) می‌باشد. می‌توان نتیجه گرفت با دوران نوسانگر، راستای تحریک و تشخیص توسط نیروی کوریولیس با یکدیگر کوپل می‌شوند.



شکل ۲. مدل‌سازی دینامیکی اعمال نیروی کوریولیس بر اثر دوران نوسانگر

برای تعیین راستای تشخیص ذکر این نکته لازم است که در نوسانگر یک درجه آزادی، راستای تشخیص همان جهتی است که در غیاب نرخ دوران، دامنه نوسان در آن راستا برابر با صفر است. در شکل ۴(الف) مانند شکل ۳ الگو نوسان در غیاب نرخ دوران در نوسانگر نیم کروی می‌شود. مشاهده می‌شود در این الگو ارتعاش، چهار نقطه از نوسانگر دارای دامنه نوسانات صفر هستند. این چهار نقطه با رنگ سبز نشان داده و گره موج نامیده می‌شوند. بنابراین می‌توان راستای گره‌ها را محور تشخیص در نظر گرفت که در شکل ۴(ب) حالت ایده‌آل مد تشخیص نشان داده شده است.



شکل ۴. مدل دینامیکی مد تشخیص نوسان گر نیم کروی در غیاب نرخ دوران

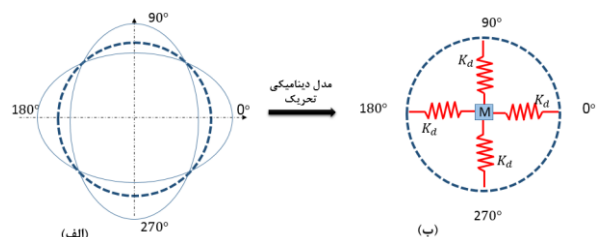
### مدل‌سازی اعمال نیرو توسط الکترودها

در این بخش رابطه میان ولتاژ اعمال شده به الکترودها و نیروی دینامیکی اعمال شده به نوسانگر تشریح خواهد شد. به این منظور لازم به ذکر است الکترودها در اطراف نوسانگر مانند خازن عمل می‌کنند و دارای ظرفیت خازنی  $C$  هستند. به دلیل نوسانات نوسانگر در راستای الکترودها، انرژی خازن  $W$  نیز تغییر می‌کند. بنابراین تغییرات انرژی خازن به دلیل تغییر فاصله هوایی  $g_0$  بین الکترودها و نوسانگر می‌باشد. از طرفی نیرو همان تغییرات انرژی نسبت به نوسانات می‌باشد. لازم به ذکر است فاصله هوایی در حالت بدون نوسان بسیار بزرگ‌تر از دامنه نوسانات  $x_d$  می‌باشد. حال برای به دست آوردن نیروی اعمالی به نوسانگر ابتدا باید عوامل موافق حرکت نوسانی و مخالف آن مشخص شوند. ولتاژهای ثابت الکترودها  $V_{T1}$ ، همان فنرهای الکتریکی هستند که مخالف حرکت نوسانی در هر جهت آن می‌باشند. بنابراین در رابطه نیروی برآیند، نیروی اعمالی توسط الکترودهای راستای عمود تحریک، علامت منفی دارند. مؤلفه ثابت ولتاژ الکترودهای راستای افق تحریک  $V_{T1}$  نیز همان فنرهای الکتریکی می‌باشند که مخالف حرکت نوسانی هستند. بنابراین مؤلفه ثابت ولتاژ این الکترودها نیز علامت منفی خواهند گرفت. تنها مؤلفه موافق حرکت نوسانی، ولتاژ متناوب  $v_{ac}$  الکترودهای راستای افق می‌باشند که خود عامل نوسان هستند. بنابراین نیروی برآیند که به نوسانگر اعمال می‌شود به صورت رابطه ۴ به دست می‌آید. در رابطه ۴،  $F_{af}$  و  $dCafo$  و  $F_{ap}$  و  $dCapo$  به ترتیب نیروی و ظرفیت خازنی الکترودهای راستای افق و عمود هستند.  $F_d$  نیروی تحریک و  $V_{shell}$  ولتاژ ثابت نوسانگر است.

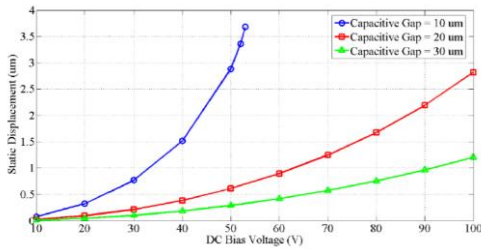
نوسانگر در ژيروسکوپ مورد تحقیق (HRG)، پوسته‌ای به شکل نیمکره با تفاوت‌های جزئی است. در این بخش برای مدل‌سازی نوسانگر نیم کروی، فرض می‌شود قسمت مرتعش آن تنها سطح مقطع آن است که دایروی می‌باشد. این فرض دور از واقعیتی نیست، چون از مشخصه‌های پوسته ساخته شده، این است که تنها لبه‌های (سطح مقطع) آن ارتعاش کند و بقیه اعضا به علت ساخت یکپارچه ساکن باقی بمانند. فرض دیگر مدل‌سازی نوسانگر نیم کروی، تقارن آن است. به این معنا که مشخصه‌های نوسانگر مانند جرم، فنر و میراگر در نقاط نوسانگر (سطح مقطع پوسته)، یکسان در نظر گرفته شده است. این فرض نیز با تقریب خوبی به واقعیت نزدیک است. چراکه یکی از اهداف مهم در ساخت پوسته، تقارن است.

با توجه به توضیحات بیان شده، از این به بعد منظور از نوسانگر نیم کروی، دایره‌ای است که، در مؤلفه‌های جرم، فنر و میراگر متقارن می‌باشد. در شکل‌های این بخش در هر راستایی که مؤلفه فنر وجود دارد، میراگر نیز حضور دارد اما به منظور آن که شکل‌ها واضح‌تر باشند، از عامل میراگر صرف نظر شده است. از این به بعد مشخصه‌های مربوط به مد تحریک با پیشوند  $d$ ، مخفف drive و مشخصه‌های مد تشخیص با پیشوند  $s$ ، مخفف sense نشان داده شده‌اند.

شکل ۳(الف) حرکت نوسانگر در غیاب نرخ دوران را نشان داده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دامنه نوسان در راستای محورهای موجود، بیشترین مقدار است این نقاط را شکم موج و الگوی ارتعاش پوسته را موج ایستا می‌نامند. با توجه به فرض‌های مدل‌سازی بیان شده در بالا، نوسانات در دو راستای عمود به هم، با دامنه و فرکانس یکسان انجام می‌شود. با توجه به مطالب بخش مدل‌سازی نوسانگر یک درجه آزادی، به منظور مدل‌سازی نوسانگر نیم کروی می‌توان در راستاهای نوسان، فنر و میراگرهایی را در نظر گرفت تا به کمک آن‌ها عوامل ذخیره کننده انرژی، میرایی و مخالف حرکت نوسانگر را مدل‌سازی کرد. مد تحریک در نوسانگر نیم کروی دو راستای عمود برهم است که مدل دینامیکی آن در شکل ۳(الف) نشان داده شده است. در حالت ایده‌آل دامنه و فرکانس نوسان دو راستای تحریک برابر است. به همین منظور برای مدل‌سازی دینامیکی نیز اندازه فنر و میراگرها مساوی در نظر گرفته شده است. مدل‌سازی تحریک و اعمال نیرو در بخش ۳-۴ بیان شده است.



شکل ۳. مدل دینامیکی مد تحریک نوسان گر نیم کروی در غیاب نرخ دوران



شکل ۵. رابطه بین ولتاژ ثابت و فاصله الکترودها و پوسته با دامنه نوسانات مد تحریک [۱۰]

جدول ۱- مقادیر مشخصه‌های مورد استفاده در شبیه‌سازی [۱۰]

عنوان	مقدار در شبیه‌سازی	واحد
فرکانس طبیعی ( $\omega_n$ )	65	kHz
ضریب کیفیت (Q)	19165	
جرم معادل (m)	$10^{-4}$	kg
سطح مقطع مشترک (A)	$6 * 10^{-8}$	$m^2$
فاصله نوسانگر تا الکترودها ( $g_0$ )	20	$\mu m$
ولتاژ ثابت $V_{T1}$	40	V

با فرض متناوب بودن سرعت زاویه‌ای با فرکانس  $\Omega_z$  و دامنه  $\Omega_{z0}$ ، نیروی کوریولیس به صورت رابطه ۶ به دست می‌آید. با توجه به رابطه ۶، نیروی کوریولیس  $F_c$  شامل دو سیگنال متناوب با فرکانس‌های  $\omega_r + \Omega_z$  و  $\omega_r - \Omega_z$  می‌باشد.

$$F_c = -2M \Omega_z \dot{X}, \quad \Omega_z = \Omega_{z0} \sin(\Omega_z t)$$

$$\rightarrow F_c = -2M * |G_d(j\omega_r)| * F_0 * \omega_r * \Omega_{z0} * \sin(\Omega_z t) * \sin(\omega_r t) \quad (۶)$$

$$F_c = -M * A_{V0} * \Omega_{z0} * [-\cos(\omega_r + \Omega_z)t + \cos(\omega_r - \Omega_z)t],$$

$$\Omega_z \in (0, 100) \text{ Hz}$$

نیروی کوریولیس به مد تشخیص ژيروسکوپ اعمال می‌شود. همان‌طور که گفته شد، در حالت ایده‌آل مشخصات نوسانگر در مد تحریک و تشخیص یکسان در نظر گرفته می‌شود. پاسخ مد تشخیص Y به ورودی کوریولیس در رابطه ۷ به دست آمده است. جملات قرمز رنگ تأثیر مد تشخیص بر نیروی کوریولیس هستند. با توجه به نمودار بود سیستم مد تشخیص در شکل ۶، این سیستم فیلتر میان‌گذر با محدوده دینامیکی بسیار محدود (۳ هرتز) می‌باشد. بنابراین به ازای  $\Omega_z$ ‌های بیشتر از ۳ هرتز افت دامنه چشم‌گیری اتفاق می‌افتد، در نتیجه دامنه پاسخ نیروی کوریولیس به شدت تضعیف خواهد شد.

Ideal Gyro Model :

$$G_{drive} = \frac{1/m}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = G_{sense} \quad (۷)$$

$$Bandwidth = \frac{f}{Q} = \frac{65000}{19165} = 3.4 \text{ Hz}$$

$$Y = -M * A_{V0} * \Omega_{z0}$$

$$W = \frac{1}{2} C v^2$$

$$F = \frac{dW}{dx} = \frac{1}{2} \frac{dC}{dx} v^2 \quad (۴)$$

$$F_d = 2(F_{df} - F_{dp})$$

$$= (v_{ac} - (V_{T1} - V_{shell}))^2 \frac{dC_{df0}}{dx_{df}} - (V_{T1} - V_{shell})^2 \frac{dC_{dp0}}{dx_{df}}$$

برای به دست آوردن نسبت نیروی برآیند  $F_d$  به ولتاژ متناوب، فرض می‌شود دامنه ولتاژ متناوب نسبت به دامنه ولتاژ ثابت بسیار کوچک‌تر است. همچنین فرض می‌شود ظرفیت خازنی و ولتاژ ثابت الکترودهای تحریک با یکدیگر برابر هستند. برای تخمین مشتق ظرفیت خازنی نسبت به جابجایی نوسانگر از سری تیلور استفاده شده است. با این توضیح نیروی برآیند از رابطه ۵ به دست می‌آید [۲].

$$x_d = x_{dp} = -x_{df} \ll g_0$$

$$C_{df0} = C_{dp0} = C_0$$

$$F_d = ((V_{ac} - V_{T1})^2 - V_{T1}^2) \frac{dC_0}{dx_d}$$

برای تقریب مشتق از جمله اول سری تیلور استفاده می‌شود:

$$\frac{dC_0}{dx_d} \approx \frac{C_0}{g_0} \quad (۵)$$

$$F_d = (V_{ac}^2 - 2V_{ac}V_{T1}) \frac{C_0}{g_0}$$

$$v_{ac} < V_{T1}$$

$$F_d \approx -2 \frac{V_{ac}V_{T1}C_0}{g_0}$$

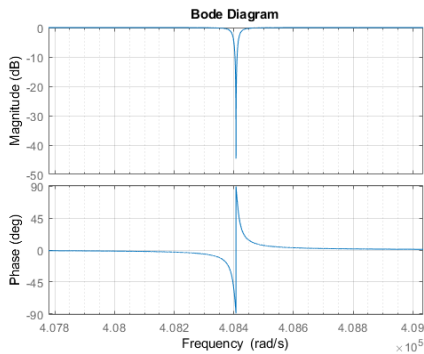
## افزایش محدوده دینامیکی

### ورودی سیستم

برای تعیین ورودی نیاز به دو مشخصه اندازه و فرکانس می‌باشد. در بخش قبل فرکانس ورودی همان فرکانس تحریک سیستم در نظر گرفته شد. با توجه به مطالب بخش مدل‌سازی اعمال نیرو توسط الکترودها، رابطه ۵ ضریبی است که اندازه ولتاژ متناوب  $V_{ac}$  اعمال شده به الکترودها را به اندازه نیروی اعمال شده به مد تحریک  $F_d$  تبدیل می‌کند. با توجه به داده‌های [۲]، دامنه ولتاژ سینوسی ۱۵ میلی‌ولت در نظر گرفته شده است. دامنه ورودی سیستم با استفاده از جدول ۱ به دست می‌آید.

در شکل ۵ رابطه بین ولتاژ ثابت  $V_{T1}$  و فاصله الکترودها و پوسته  $g_0$  یا دامنه نوسانات مد تحریک نشان داده شده است. با توجه به نمودار با کاهش فاصله الکترودها با پوسته و افزایش ولتاژ ثابت دامنه نوسانات افزایش می‌یابد. برای انتخاب مقادیر شبیه‌سازی، حد وسط هر کدام در نظر گرفته شده است.

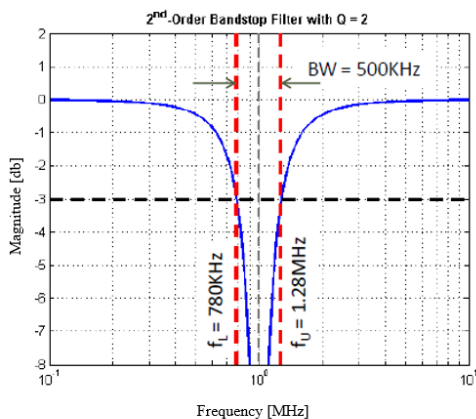
در قدم بعد فرم کلی فیلتر میان نگذر با فرکانس و ضریب کیفیت  $G_S$  به دست آورده می‌شود. نمودار بود فیلتر میان نگذر در شکل ۷ نشان داده شده است.



$$G_{BSF} = \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

شکل ۷. نمودار بود فیلتر میان نگذر

با توجه به شکل ۸ پهنای باند فیلتر میان نگذر، برابر با محدوده فرکانسی است که اندازه آن مخالف یک می‌باشد. برای آن که ضرب دو سیستم در فرکانس  $\omega$  برابر با یک شود بایستی پهنای باند فیلتر میان نگذر طوری تعیین شود که در محدوده فرکانسی  $\omega$  برابر با یک نشود و ضرب آن در  $G_S$  یک شود.

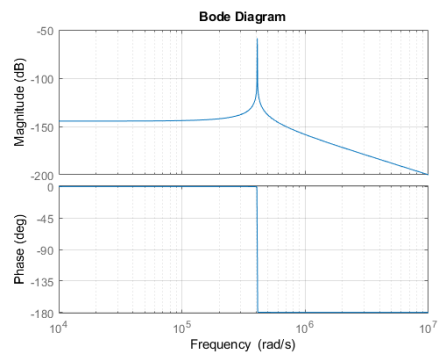


$$BW = f_U - f_L = \frac{f_0}{Q} = 500 \text{ kHz}$$

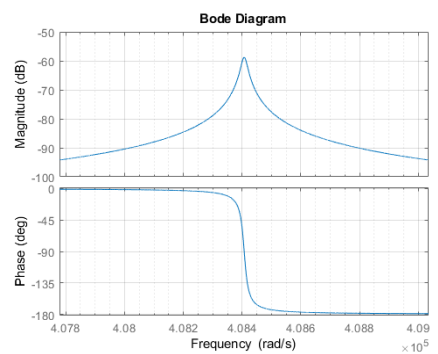
شکل ۸. پهنای باند فیلتر میان نگذر [۱۵]

با توجه به شکل ۸ با افزایش ضریب کیفیت، پهنای باند فیلتر میان نگذر کاهش می‌یابد. برای به دست آوردن پهنای باند مناسب، ضریب کیفیت فیلتر میان نگذر را تغییر داده و سیستم حاصل از ترکیب آن با  $G_S$  به دست می‌آید. با توجه به اینکه ضریب کیفیت  $G_S$  تقریباً برابر با ۱۹۰۰۰ است، نمودار بود فیلتر میان نگذر با ضریب کیفیت ۱۰ تا ۱۰۰۰۰۰ در شکل ۹ (الف) نشان داده شده است. همچنین هرکدام از نمودارهای بود  $G_{series}$  در شکل ۹ (ب) آورده شده است. با توجه به نمودارها،

$$\left[ \begin{aligned} & -|G_S(j(\omega_r + \Omega_z))| * \cos((\omega_r + \Omega_z)t + \phi_{\omega_r + \Omega_z}) + \\ & |G_S(j(\omega_r - \Omega_z))| * \cos((\omega_r - \Omega_z)t + \phi_{\omega_r - \Omega_z}) \end{aligned} \right]$$



(الف)



(ب)

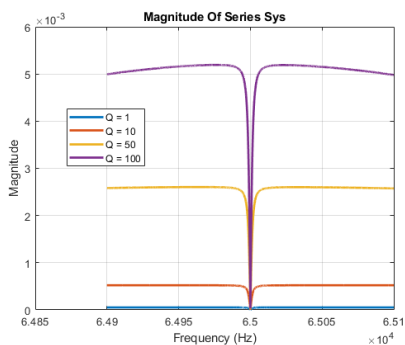
شکل ۹. نمودار بود سیستم تشخیص (و تحریک)، (الف) در مقیاس معمول، (ب) در مقیاس بزرگ‌تر

### طراحی فیلتر میان نگذر

به منظور افزایش پهنای باند مدل نوسانگر نیم‌کروی و در نتیجه افزایش پهنای باند اندازه‌گیری نرخ دوران در ژيروسکوپ ارتعاشی، می‌توان فیلتر میان نگذری طراحی کرد که فرکانس‌های محدوده  $[\omega_r - \Omega_z, \omega_r + \Omega_z]$  را تقویت و در نهایت افت دامنه پاسخ مد تشخیص را جبران کند. به عبارت دیگر باید ترکیبی از دو فیلتر میان‌گذر و میان نگذر به دست آید که اندازه ترکیب نهایی آن در محدوده فرکانسی مذکور، برابر یک (یا تقریباً یک) باشد. با توجه به اینکه اندازه سیستم تشخیص  $(G_S)$  در محدوده فرکانسی  $[\omega_r - \Omega_z, \omega_r + \Omega_z]$  بسیار کوچک است، برای سادگی صورت مسئله، بهره ثابتی در آن ضرب می‌شود تا بزرگ‌ترین مقدار آن برابر یک گردد. به این منظور اندازه این بهره  $(gain_{sense})$  عکس بزرگ‌ترین مقدار اندازه  $G_S$  تعریف می‌شود. سیستم تشخیص همراه با بهره در رابطه ۸ تعریف می‌شود.

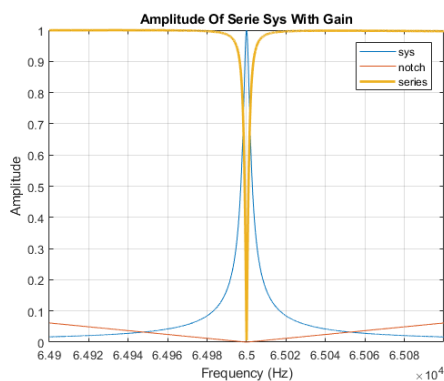
$$gain_{sense} = \frac{1}{\max(\text{magnitude}(G_S))} \quad (۸)$$

$$G_{sense \text{ with gain}} = gain_{sense} * G_{sense}$$



شکل ۱۰. اندازه تابع  $G_{series}$  برحسب فرکانس در ضریب کیفیت ۱ تا ۱۰۰

اندازه فیلتر موردنظر ( $G_{series}$ ) در صورت سؤال، بایستی در محدوده فرکانسی  $W$ ، برابر یک باشد. بنابراین باید بهره ثابت در فیلتر میان نگذر طوری تعریف شود تا اندازه  $G_{series}$  برابر با یک شود. با توجه به شکل ۱۱ که با ضریب کیفیت ۲۰ در نظر گرفته شده، بهره ثابت سیستم ترکیب، باعث نرمالیزه شدن فیلتر نهایی در محدوده فرکانس  $W$  شده است.



$$gain_{series} = \frac{1}{\max(\text{magnitude}(G_{series}))}$$

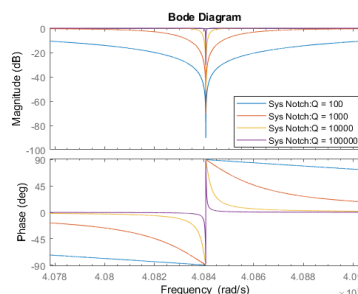
$$G_{series \text{ with gain}} = gain_{series} * G_{series}$$

شکل ۱۱. اندازه تابع  $G_{series}$  برحسب فرکانس با ضریب کیفیت ۲۰

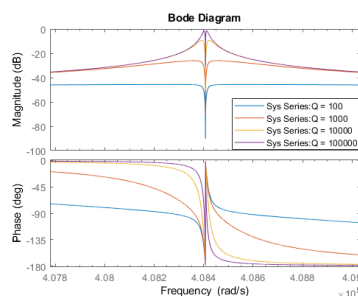
حال با توجه به شکل ۱۱ مشاهده می شود که فیلتر نهایی دارای پهنای باند بسیار باریک در اطراف فرکانس تحریک (65KHz) است. بنابراین برای کاهش این پهنای باند تا حدی که امکان دارد، ضریب کیفیت تغییر داده و مشاهده شد با تغییر ضریب کیفیت از ۰ تا ۱۰۰ پهنای باند، تغییر محسوسی نکرده است. با بررسی های صورت گرفته پهنای باند فیلتر، در ضریب کیفیت با مقدار ۲۰، حدود ۲۴ هرتز می باشد. بنابراین تنها در حالتی که سرعت زاویه ای ورودی در بازه فرکانسی صفر تا ۱۲ هرتز باشد، تضعیف دامنه اتفاق نخواهد افتاد.

بدین ترتیب در سیستم ترکیب، وجود پیک منفی نمودار بود در فرکانس تشدید سبب افزایش خطا در فرکانس های پایین نرخ دوران ورودی خواهد شد. بنابراین برای حل بهبود خطا در این

مشاهده می شود کاهش ضریب کیفیت، باعث افزایش پهنای باند فیلتر میان نگذر شده و در نتیجه اندازه فیلتر میان نگذر در محدوده فرکانسی  $W$  برابر یک نمی شود. با کاهش ضریب کیفیت فیلتر میان نگذر، نمودار بود  $G_{series}$  در محدوده فرکانسی  $W$  (به جز در فرکانس تحریک با پهنای باند بسیار باریک) رفتار یکنواخت پیدا می کند.



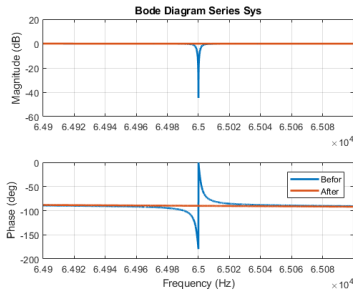
(الف)



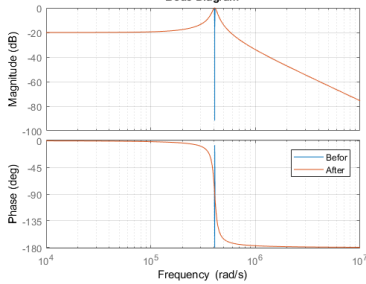
(ب)

شکل ۹. نمودار بود فیلتر میان نگذر (الف)، نمودار بود سیستم ترکیب (ب) با ضریب کیفیت ۱۰ تا ۱۰۰۰۰۰

با توجه به مطالب بالا، محدوده ضریب کیفیت فیلتر میان نگذر حدود ۱۰۰ در نظر گرفته می شود. برای آن که پهنای باند تا آنجا که امکان پذیر است وسیع باشد، رفتار هر سه سیستم ( $G_{series}$ ,  $G_{BSF}$ ,  $G_{sense \text{ with gain}}$ ) در ضریب کیفیتی در حدود ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ مورد بررسی قرار گرفت. مشاهده شد، کاهش ضریب کیفیت فیلتر میان نگذر باعث یکنواخت شدن اندازه  $G_{series}$  می شود. بدین ترتیب اندازه تابع  $G_{series}$  برحسب فرکانس در محدوده کوچک تری از ضریب کیفیت (از ۱ تا ۱۰۰) به دست آورده شده و در شکل ۱۰ نشان داده شده است. مشاهده می شود تلورانس بسیار کمی در ضریب کیفیت ۱۰۰ وجود دارد و در ضریب کیفیت های کوچک تر،  $G_{sense}$  اندازه ثابتی دارد.



(ب)



(ج)

شکل ۱۲. رنگ آبی: قبل از اعمال تغییرات صفر، رنگ نارنجی: بعد از اعمال تغییرات صفر الف) نمودار بود فیلتر میان نگذر در محدوده فرکانسی  $[\omega_r - 100, \omega_r + 100]$ ، ب) نمودار بود سیستم ترکیب در محدوده فرکانسی  $[\omega_r - 100, \omega_r + 100]$ ، ج) نمودار بود سیستم ترکیب

برای جمع‌بندی مطالب بیان شده در این بخش، خروجی سیستم تشخیص از فیلتر میان نگذر عبور خواهد کرد. ترکیب دو سیستم تشخیص و فیلتر میان نگذر را سیستم ترکیب نامیده شده است. همان‌طور که در شکل ۱۲ ب مشاهده شد و با توجه به توضیحات بالا، با انتخاب ضریب کیفیت برابر ۱۰، اندازه سیستم ترکیب در محدوده فرکانسی  $w \in (\omega_r - \Omega_z, \omega_r + \Omega_z)$  با دقت بسیار خوبی ( $10^{-4}$ ) برابر یک و فاز سیستم ترکیب در این محدوده برابر ۹۰- درجه است. حال بایستی با استفاده از عملیات دم‌دولاسیون، سیگنال خروجی سیستم ترکیب به دو مؤلفه فرکانس بالا و فرکانس پایین تبدیل شود. بدین ترتیب در بخش بعد به این موضوع پرداخته خواهد شد.

### دم‌دولاسیون

در شکل ۱۳ مراحل مدل‌سازی ژيروسکوپ نشان داده شده است. با توجه به شکل، بعد از گذر دادن سیگنال خروجی سیستم تشخیص از فیلتر میان نگذر، مرحله دم‌دولاسیون انجام می‌شود. این مرحله به‌منظور تقسیم سیگنال به دو مؤلفه فرکانس بالا و فرکانس پایین انجام می‌گیرد. با تقسیم سیگنال به این دو مؤلفه، می‌توان با گذر دادن سیگنال دم‌دولاسیون شده از فیلتر پایین گذر، مؤلفه فرکانس بالا را حذف و مؤلفه فرکانس پایین را به دست آورد.

محدوده فرکانس در قدم اول باید پیک منفی در این فرکانس تبدیل به سطح ثابت بهره شود. با توجه به رابطه ۸ سیستم ترکیب دارای صفر  $(\pm j\omega_r)$  در فرکانس تحریک  $\omega_r$  می‌باشد. وجود پیک منفی نمودار بود در این فرکانس نیز به دلیل وجود این صفر می‌باشد. برای بهبود خطا می‌توان صفر موهومی را جایجا کرد، به این منظور می‌توان از قطب‌های پایدار سیستم تحریک ( و تشخیص) استفاده نمود. در سیستم ترکیب حذف صفر و قطب پایدار اتفاق می‌افتد که به دلیل پایدار بودن قطب‌های سیستم، مشکلی در پایداری ایجاد نخواهد کرد. در رابطه ۹ با جایگذاری قطب  $(\zeta\omega_n \pm j\omega_d)$  در صفر سیستم  $G_{BSF}$ ، سیستم ترکیب جدید به دست می‌آید.

$$G_{series \text{ with gain}} =$$

$$\frac{1/m}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} * \frac{gain_{sense} * gain_{series} [(s^2 + \omega_n^2) \frac{\omega_n}{Q_{BSF}} s]}{s^2 + 2\zeta_{BSF}\omega_n s + \omega_n^2} \quad (8)$$

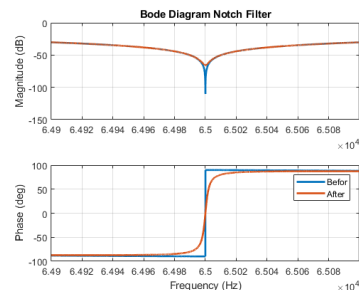
$$G_{sense} \quad G_{BSF}$$

$$G_{series \text{ with gain}} =$$

$$\frac{1/m}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} * \frac{gain_{sense} * gain_{series} [s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2]}{s^2 + 2\zeta_{BSF}\omega_n s + \omega_n^2} \quad (9)$$

$$G_{sense} \quad G_{BSFNew}$$

در رابطه ۹ ضریب کیفیت را ۱۰ و فرکانس  $\omega_n$  را برابر با فرکانس تحریک قرار داده و نمودارهای بود آن در شکل ۱۲ نشان داده شده است. با توجه به نمودار شکل ۱۲ مشاهده می‌شود با اعمال تغییرات بیان شده در بالا، دامنه پیک منفی در فرکانس تحریک به‌شدت کاهش یافته است و در نتیجه آن نمودار بود سیستم ترکیب پیک منفی جای خود را به بهره ثابت در فرکانس تحریک داده است. بنابراین جایگذاری قطب سیستم تحریک در صفر فیلتر میان نگذر راه مناسبی برای بهبود خطا در فرکانس‌های پایین نرخ دوران ورودی می‌باشد.



(الف)

به دست آورد. در ادامه قصد داریم، رابطه خطای اندازه‌گیری نرخ دوران ورودی را به دست آورده، سپس تأثیر مؤلفه‌های فیلتر پایین گذر را در خطای اندازه‌گیری مشخص کنیم.

$$\text{if } \phi_{\omega_r + \Omega_z} \approx \phi_{\omega_r - \Omega_z} \approx -\frac{\pi}{2}$$

$$Y_{AfterLPF} = -M \cdot |G_d(j\omega_r)| \cdot F_0 \cdot \omega_r \cdot \Omega_{z0} * A_D * |G_{LPF}(j\Omega_z)| * \sin(\Omega_z + \phi_{LPF}) * \cos(-\frac{\pi}{2} - \phi_{Demod}) \quad (12)$$

به‌منظور به دست آوردن خطا، ابتدا ضریب مقیاس به دست آورده می‌شود. با توجه به رابطه ۱۲ ضریب مؤلفه‌های سینوسی و کسینوسی، باید برابر یک باشد، بنابراین معکوس ضریب آن‌ها برابر با ضریب مقیاس در نظر گرفته می‌شود. باید توجه داشت، تمام مؤلفه‌ها به‌غیر از اندازه فیلتر در فرکانس نرخ دوران ورودی و دامنه آن از معلومات مسئله هستند. پارامترهای جرم نوسانگر، اندازه نیروی تحریک، فرکانس تحریک نوسانگر و اندازه تابع مد تحریک در فرکانس تحریک از معلومات مسئله می‌باشند. در رابطه ۱۳ ضریب مقیاس و سیگنال به‌دست‌آمده از ضرب آن و خطای اندازه‌گیری نرخ دوران ورودی نشان داده شده است. با توجه به این رابطه سیگنال حاصل تابعی از اندازه فیلتر پایین‌گذر در فرکانس نرخ دوران ورودی، فاز فیلتر در این فرکانس و فاز سیگنال دمدولاسیون می‌باشد.

برای آنکه خطا برابر با صفر باشد ابتدا باید مؤلفه کسینوسی که مانند ضریب مؤلفه سینوسی و عددی ثابت است، برابر یک قرار گیرد. به این منظور فاز سیگنال دمدولاسیون باید برابر با ۹۰- درجه باشد. بنابراین یکی از مجهولات فرآیند اندازه‌گیری نرخ دوران به دست آمد. قدم دیگر برای صفر به دست آمدن خطای اندازه‌گیری فاز فیلتر پایین‌گذر است. با توجه به رابطه ۱۳ فاز این فیلتر باید برابر صفر باشد. بنابراین شرط بسیار مهم برای طراحی فیلتر پایین‌گذر علاوه بر مواردی که در ابتدای بخش بیان شد، فاز فیلتر نیز می‌باشد. مشخصه دیگر فیلتر پایین‌گذر که پیش‌تر نیز در مورد آن صحبت شد، اندازه فیلتر در محدوده فرکانسی صفر تا ۱۰۰ هرتز است که با توجه به رابطه ۱۳ این مقدار با دقت بسیار خوبی بایستی یک باشد.

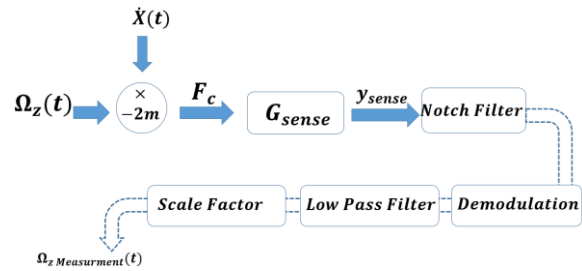
$$\text{Scale Factor} = \frac{-1}{M \cdot |G_d(j\omega_r)| \cdot F_0 \cdot \omega_r \cdot A_D}$$

$$Y_{AfterScaleFactor} = |G_{LPF}(j\Omega_z)| * \Omega_{z0} \sin(\Omega_z t + \phi_{LPF}) * \cos(-\frac{\pi}{2} - \phi_{Demod}) \quad (12)$$

$$\text{Error} = Y_{AfterScaleFactor} - \Omega_{z0} \sin(\Omega_z t)$$

$$\text{Error} = |G_{LPF}(j\Omega_z)| * \Omega_{z0} [\sin(\Omega_z t + \phi_{LPF}) * \cos(-\frac{\pi}{2} - \phi_{Demod}) - \sin(\Omega_z t)]$$

در این بخش به‌منظور حذف مؤلفه فرکانس بالا سیگنال دمدولاسیون شده، فیلتر پایین‌گذر طراحی شد. با طراحی این فیلتر سیگنال دمدولاسیون شده از آن عبور می‌کند و تنها مؤلفه‌های فرکانس پایین آن باقی خواهند ماند. فیلتر در نظر گرفته‌شده برای طراحی، فیلتر پایین‌گذر مرتبه دو بوده است که در این بخش تلاش شد تا با در نظر گرفتن مؤلفه‌های مهم در



شکل ۱۳. مراحل اندازه‌گیری نرخ دوران

برای انجام دمدولاسیون واضح است سیگنالی که با آن دمدولاسیون انجام می‌شود، فرکانسی برابر با فرکانس تحریک باید داشته باشد. روابط تحلیل دمدولاسیون در رابطه ۱۰ آورده شده است. اگر سیگنال دمدولاسیون  $\sin(\omega_r t + \phi_{Demod})$  نظر گرفته شود مشاهده می‌شود، سیگنال خروجی از سیستم ترکیب را به دو مؤلفه فرکانس بالا و فرکانس پایین تقسیم می‌کند.

$$Y_{Demod} = -\frac{1}{2} M \cdot |G_d(j\omega_r)| \cdot F_0 \cdot \omega_r \cdot \Omega_{z0} *$$

$$\begin{matrix} \text{High} \rightarrow \\ \text{Frequency} \end{matrix} \left[ \begin{matrix} -|G_{series}(j(\omega_r + \Omega_z))| * \sin((2\omega_r + \Omega_z)t + \phi_{\omega_r + \Omega_z} + \phi_{Demod}) + \\ |G_{series}(j(\omega_r - \Omega_z))| * \sin((2\omega_r - \Omega_z)t + \phi_{\omega_r - \Omega_z} + \phi_{Demod}) - \end{matrix} \right] \quad (10)$$

$$\begin{matrix} \text{Low} \rightarrow \\ \text{Frequency} \end{matrix} \left[ \begin{matrix} |G_{series}(j(\omega_r + \Omega_z))| * \sin(-\Omega_z t - \phi_{\omega_r + \Omega_z} + \phi_{Demod}) + \\ |G_{series}(j(\omega_r - \Omega_z))| * \sin(\Omega_z t - \phi_{\omega_r - \Omega_z} + \phi_{Demod}) \end{matrix} \right]$$

### فیلتر پایین‌گذر

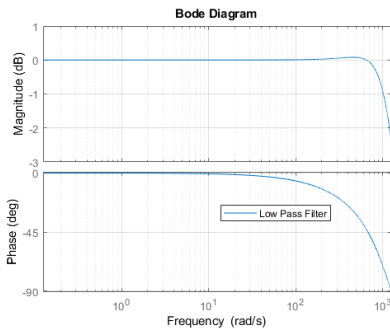
به‌منظور بررسی تأثیر مؤلفه‌های فیلتر پایین‌گذر، مانند فاز آن در فرکانس‌های پایین در رابطه ۱۱ روابط تحلیلی عبور سیگنال  $Y_{Demod}$  از فیلتر پایین‌گذر نشان داده شده است. تأثیر فیلتر پایین‌گذر در سیگنال دمدولاسیون شده، یک اختلاف‌فاز و یک بهره است که بستگی به فرکانس مؤلفه‌ها دارد. با توجه به آنکه بهره فیلتر پایین‌گذر در فرکانس‌های بالا تقریباً برابر صفر است، خروجی فیلتر پایین‌گذر تنها مؤلفه‌های فرکانس پایین خواهد بود.

$$\text{Low Pass Filter} : |G_{LPF}(j2\omega_r + \Omega_z)| \approx |G_{LPF}(j2\omega_r - \Omega_z)| \approx 0$$

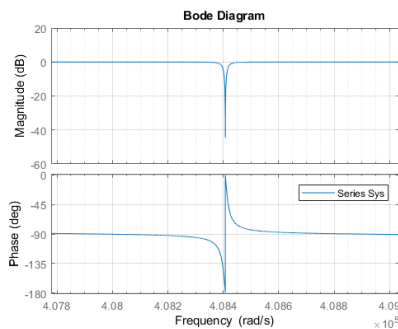
$$Y_{AfterLPF} = -\frac{1}{2} M \cdot |G_d(j\omega_r)| \cdot F_0 \cdot \omega_r \cdot \Omega_{z0} * A_D * |G_{LPF}(j\Omega_z)| * \sin(\Omega_z t + \phi_{\omega_r + \Omega_z} - \phi_{Demod} + \phi_{LPF}) + \sin(\Omega_z t - \phi_{\omega_r - \Omega_z} + \phi_{Demod} + \phi_{LPF}) \quad (11)$$

با استفاده از عملیات جمع به ضرب مثلثاتی، خروجی فیلتر پایین‌گذر ضرب دو مؤلفه سینوسی و کسینوسی است. مؤلفه سینوسی با فرکانس نرخ دوران ورودی و فاز فیلتر پایین‌گذر است و مؤلفه کسینوسی با فرکانس صفر و فازی متشکل از فازهای سیستم ترکیب و فاز سیگنال دمدولاسیون می‌باشد. همان‌طور که در بخش فیلتر میان‌نگذر بیان شد، فاز سیستم ترکیب در محدوده فرکانسی  $w \in (\omega_r - \Omega_z, \omega_r + \Omega_z)$  برابر ۹۰- درجه است. بنابراین می‌توان خروجی فیلتر پایین‌گذر را به‌صورت رابطه ۱۲

می‌شود. با افزایش فرکانس (از ۵۰ هرتز) دوباره شاهد افزایش مقدار میانگین مربعات خطا هستیم. دلیل آن نزدیک شدن به فرکانس  $\omega_{LPF}$  در فیلتر پایین گذر است. با توجه به شکل ۱۵ الف، چون در فرکانس‌های بیشتر از ۲۰ هرتز فاز فیلتر پایین گذر افزایش یافته و در نتیجه باعث افزایش دامنه خطای میانگین مربعات می‌شود.



(الف)



(ب)

شکل ۱۵. نمودار بود فیلتر پایین گذر مرتبه دو (الف)، نمودار بود سیستم ترکیب با پهنای باند باریک در اطراف فرکانس تحریک (ب)

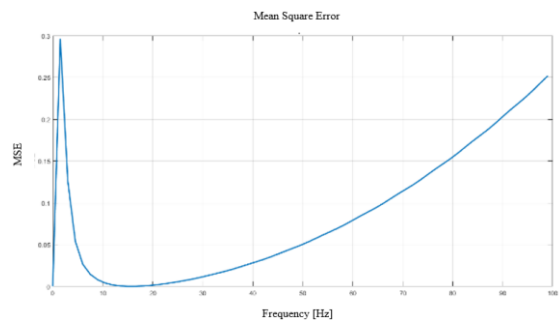
در بخش قبل، به منظور حذف پهنای باند موجود در اطراف فرکانس تحریک، صفر فیلتر را با قطب سیستم تشخیص تغییر داده و باعث یکپارچه شدن بهره و فاز سیستم ترکیب در محدوده فرکانسی  $w \in (\omega_r - \Omega_z, \omega_r + \Omega_z)$  شده است. برای بررسی نتایج تغییر ایجاد شده، نمودار میانگین مربعات در شکل ۱۶ نشان داده شده است. در این شبیه‌سازی از فیلتر پایین گذر مرتبه دوم استفاده شده است. با توجه به شکل ۱۶ مشاهده می‌شود افزایش خطا در فرکانس‌های پایین جبران شده و خطا در این محدوده فرکانسی کاهش یافته است. بنابراین تغییر صفر فیلتر پایین گذر راه‌حل مناسبی برای بهبود خطای اندازه‌گیری نرخ دوران بوده است. افزایش خطا در فرکانس‌های بالاتر (بیشتر از ۲۰ هرتز) به دلیل فیلتر پایین گذر است که پیش‌تر بیان شد.

فرکانس بالا و فرکانس پایین، فیلتر موردنظر طراحی شود. با به دست آوردن روابط تحلیلی حاصل از عبور سیگنال دمدولاسیون شده از فیلتر پایین گذر، دریافته شد که مؤلفه فاز فیلتر پایین گذر در فرکانس‌های پایین بسیار حائز اهمیت است. این مؤلفه در اندازه‌ی خطای اندازه‌گیری نرخ دوران نقش مؤثری داشته و در نتیجه فیلتر طراحی شده با وجود آن که بیشتر مؤلفه‌های مدنظر را داشته اما مشخصه فاز آن در فرکانس‌های پایین سبب رد شدن فیلتر مرتبه دو شده است. با استفاده از جعبه ابزار FilterDesigner متلب، فیلتر پایین گذر با داشتن شرایط تشریح شده، طراحی و نتایج شبیه‌سازی آن در بخش بعد ارائه شده است.

## نتایج شبیه‌سازی

در بخش افزایش پهنای باند، ابتدا فیلتر میان گذر و در نهایت سیستم ترکیب با وجود پهنای باند باریک در اطراف فرکانس تحریک، طراحی شد. به منظور بررسی عملکرد این فیلتر با استفاده از فیلتر پایین گذر مرتبه دو، خطای میانگین مربعات<sup>۴</sup> به ازای ورودی نرخ دوران از فرکانس صفر تا ۱۰۰ هرتز به دست آورده و در شکل ۱۴ نشان داده شده است. لازم به ذکر است معیار خطاهای ارائه شده در این تحقیق اعم از خطای میانگین مربعات و جذر میانگین مربعات به صورت نرمالیزه محاسبه شده و محدوده آن‌ها بین صفر و یک است.

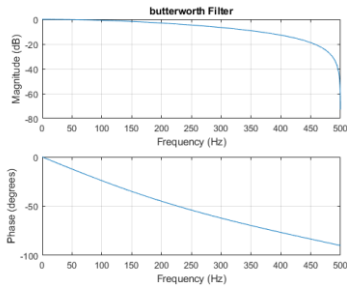
خطای میانگین مربعات از ثانیه ۰,۴ به بعد (به منظور گذر از خطای حالت گذرا) به دست آمده و آن را برحسب ورودی نرخ دوران در شکل ۱۴ رسم شده است. با توجه به شکل مشاهده می‌شود در فرکانس‌های پایین نسبت به فرکانس‌های میانه (حدود ۱۰ تا ۵۰ هرتز) مقدار میانگین مربعات خطا بیشتر است.



شکل ۱۴. نمودار خطای میانگین مربعات با ورودی نرخ دوران با فرکانس صفر تا ۱۰۰ هرتز، سیستم ترکیب با پهنای باند باریک در اطراف فرکانس تحریک، فیلتر پایین گذر مرتبه دو

با توجه به شکل ۱۵ ب، دلیل این امر نزدیکی به پهنای باند باریک سیستم ترکیب است که در پهنای باند دامنه تضعیف

<sup>4</sup> Mean Square Error (MSE)

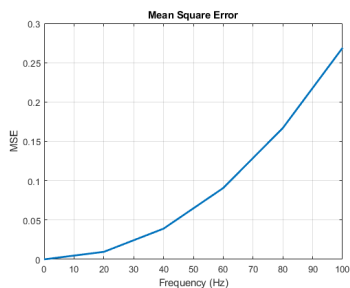


$$G_{butter} = \frac{0.4208s + 0.4208}{s - 0.1584}$$

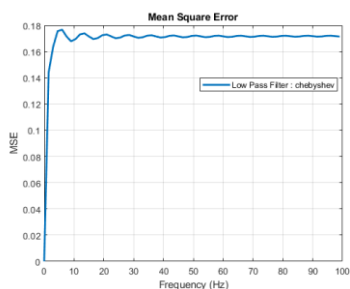
(ب)

شکل ۱۷. نمودار بود فیلترهای پایین گذر، الف: فیلتر چبی شف، ب: فیلتر باترورث

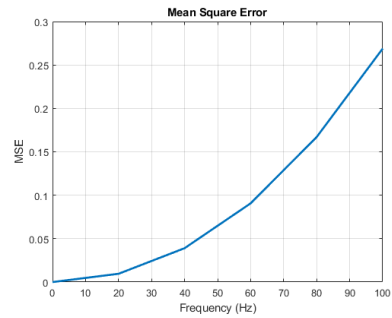
با شبیه‌سازی‌های متعدد نمودار مربعات خطا در محدوده فرکانسی ۰ تا ۱۰۰ هرتز برای فیلترهای چبی‌شف، باترورث و مرتبه دوم در شکل ۱۸ نشان داده شده است. با توجه به نمودارها مشاهده می‌شود فیلتر چبی‌شف و باترورث در مقایسه با فیلتر مرتبه دوم، مربعات خطا را در فرکانس‌های بالا به خوبی کاهش دادند. درحالی‌که در فرکانس‌های پایین سبب افزایش دامنه مربعات خطا شده‌اند. با توجه به آن‌که دامنه مربعات خطای فیلتر چبی‌شف نسبت به فیلتر باترورث کم‌تر است، می‌توان نتیجه گرفت فیلتر پایین گذر چبی‌شف بهترین انتخاب از سه فیلتر طراحی شده می‌باشد.



(الف)



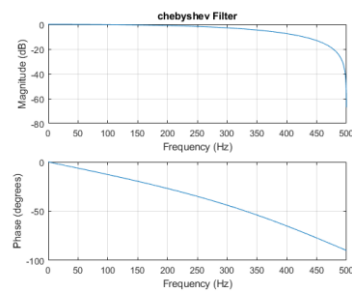
(ب)



شکل ۱۶. نمودار مربعات خطا با وجود فیلتر میان نگذر جدید و فیلتر پایین گذر مرتبه دو

با توجه به مطالب بالا فیلتر پایین گذر مرتبه دوم باعث افزایش میانگین مربعات خطا در فرکانس‌های بالا نسبت به فرکانس‌های پایین شده است. می‌توان با طراحی فیلترهای چبی‌شف و باترورث تأثیر آن‌ها را در افزایش و یا کاهش مربعات خطا مشاهده کرد و در نهایت فیلتری که عملکرد بهتری داشته است را به عنوان فیلتر نهایی انتخاب شود.

برای طراحی فیلترها، فرکانس نمونه‌برداری یک کیلوهرتز و فرکانس قطع ۲۰۰ هرتز (دو برابر کران بالای فرکانس ورودی سرعت زاویه‌ای) و مرتبه آن‌ها یک در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۷ نمودار بود آن‌ها نشان داده شده است. همین‌طور تابع تبدیل هر کدام در کنار شکل آورده شده است. با توجه به شکل ۱۷ بهره فیلترها از فرکانس ۰ تا ۱۰۰ هرتز تقریباً یک است. با این تفاوت که فیلتر چبی‌شف تا حدود فرکانس ۲۰۰ هرتز بهره یک دارد اما فیلتر باترورث بهره یک را تا همان فرکانس ۱۰۰ هرتز دارد. با توجه به نمودار اندازه فیلترها پیش‌بینی می‌شود فیلتر چبی‌شف مربعات خطای کم‌تر در فرکانس‌های بالا نسبت به فیلتر باترورث داشته باشد. نمودار فاز دو فیلتر تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند.



$$G_{chbshv} = \frac{0.5881s + 0.5881}{s + 0.1762}$$

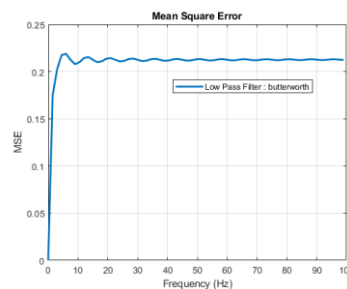
(الف)

فاز در فرکانس پایین را دارا نبوده و مناسب برای استفاده در مدل ژيروسکوپ نیست. در این بخش فاز سیگنال دمودولاسیون نیز تعیین شد.

در ادامه با نمایش نمودارهای میانگین مربعات خطا، ضعف فیلتر پایین گذر مرتبه دو و بهبود سیستم ترکیب نشان داده شده است. سپس با طراحی فیلتر چبی شف و باترورث و مقایسه نتایج خطای آن‌ها، فیلتر چبی شف به‌عنوان بهترین عملکرد عبور سیگنال دمودولاسیون شده انتخاب شد. در آخر با توجه به مشخصه‌های بیان شده برای فیلتر پایین گذر، در FilterDesigner متلب فیلتر چبی شف با مرتبه ۱۰ طراحی و نمودار جذر میانگین مربعات آن نشان داده شد. با توجه به نمودار، فیلتر طراحی شده به‌عنوان فیلتر مورد استفاده در مدل ژيروسکوپ انتخاب شد.

### مراجع

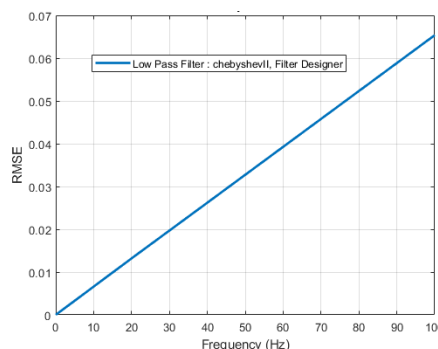
- [1] Zhang, Fu. "Control and Self-Calibration of Microscale Rate Integrating Gyroscopes (MRIGs)". Diss. UC Berkeley, 2015.
- [2] Mayberry, Curtis Lee. "Interface circuits for readout and control of a micro-hemispherical resonating gyroscope". Diss. Georgia Institute of Technology, 2014.
- [3] DD Lynch and A Matthews. "Dual-mode hemispherical resonator gyro operating characteristics". In: Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, 3 rd, St. Petersburg, Russia. 1996, pp. 37-44.
- [4] Hyun, Chul, Byung S. Chang, and Taesam Kang. "Robust Controller Design for Hemispherical Resonator Gyroscope". KONKUK UNIV SEOUL (KOREA), 2011.
- [5] Riccardo Antonello and Roberto Oboe. "MEMS Gyroscopes for Consumers and Industrial Applications". INTECH Open Access Publisher, 2011
- [6] DD Lynch. "Vibratory gyro analysis by the method of averaging". In: Proc. 2nd St. Petersburg Conf. on Gyroscopic Technology and Navigation, St. Petersburg. 1995, pp. 26-34.
- [7] Cenk Acar and Andrei Shkel. "MEMS vibratory gyroscopes: structural approaches to improve robustness". Springer Science & Business Media, 2008.
- [8] Hu, Zhongxu, and Barry Gallacher. "A mode-matched force-rebalance control for a MEMS vibratory gyroscope." Sensors and Actuators A: Physical 273 (2018): 1-11.
- [9] He, C. H., et al. "A novel narrow-band force rebalance control method for the sense mode of MEMS vibratory gyroscopes." Measurement 62 (2015): 197-204.



(ج)

شکل ۱۸. نمودار مربعات خطا ، الف : فیلتر مرتبه دوم، ب : فیلتر چبی شف، ج : فیلتر باترورث

برای طراحی فیلتر پایین گذر چبی شف بهتر است با توجه به مشخصه‌هایی که بیان شد، از جعبه ابزار FiletrDesigner متلب استفاده شد. با در نظر گرفتن تضعیف دامنه در محدوده فرکانسی  $w \in [\omega_r + \Omega_z, \omega_r - \Omega_z]$  و عبور سیگنال در فرکانس ۰ تا ۱۰۰ هرتز با حفظ فاز صفر درجه، فیلتر چبی شف مناسب طراحی شد. نمودار جذر میانگین مربعات در شکل ۱۹ نشان داده شده است.



شکل ۱۹. بهبود معیار جذر میانگین مربعات خطا با فیلتر چبی شف طراحی شده در FilterDesigner

### نتیجه گیری

به دلیل ضریب کیفیت بالای نوسانگر و ساختار متقارن آن، پهنای باند نوسانگر نیم‌کروی حدود ۳ هرتز بوده است. در این مقاله برای جبران پهنای باند کم نوسانگر نیم‌کروی و افزایش آن تا ۱۰۰ هرتز طراحی فیلتر میان‌گذر و ترکیب آن با سیستم تشخیص به‌عنوان راه پیشنهادی عنوان شد. با بررسی مشخصه‌های فیلتر و تغییرات آن‌ها، سیستم ترکیب مناسبی طراحی شد. با این راه‌حل، پهنای باند نوسانگر نیم‌کروی به مقدار ۱۰۰ هرتز افزایش یافت.

در ادامه عملیات دمودولاسیون و انتخاب سیگنال مناسب انجام شد. با تجزیه سیگنال به دو مؤلفه فرکانس بالا و پایین، مشخصه‌های ضروری برای فیلتر با به دست آوردن روابط تحلیلی بررسی شد. در انتها نتیجه‌گیری شد، فیلتر مرتبه دوم مشخصه

- Control, Automation and Systems 7.4 (2009): 545-552.
- [۲۶] عاروان محمدرضا، ازگلی سجاد، "مدل‌سازی و شبیه‌سازی سامانه‌های متحرک"، انتشارات یامهدی (عج)، تابستان ۸۹
- [10] Andrei M Shkel. "Type I and Type II micromachined vibratory gyroscopes". In: Position, Location, and Navigation Symposium, San Diego. 2006, pp. 25-27.
- [11] Yi, Guoxing, et al. "Modeling of hemispherical resonator gyro resonator deformation under acceleration." The 26th Chinese Control and Decision Conference (2014 CCDC). IEEE, 2014.
- [12] Wei, Zhennan, et al. "The Synthesis Model of Flat-Electrode Hemispherical Resonator Gyro." *Sensors* 19.7 (2019): 1690.
- [13] Senkal, Doruk, and Andrei M. Shkel. "Whole-Angle MEMS Gyroscopes: Challenges and Opportunities". John Wiley & Sons, 2020.
- [14] Sung, Woon-Tahk, et al. "Design and performance test of a MEMS vibratory gyroscope with a novel AGC force rebalance control." *Journal of Micromechanics and Microengineering* 17.10 (2007): 1939.
- [۱۵] سادات حسینی عطیه، "پیاده‌سازی روش دمش شیشه‌ای به منظور ساخت ژيروسکوپ تشدیدگر نیم‌کروی"، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع برق و کامپیوتر، ۱۳۹۸.
- [16] Loveday, P. W., and C. A. Rogers. "The influence of control system design on the performance of vibratory gyroscopes." *Journal of Sound and vibration* 255.3 (2002): 417-432.
- [17] Wei, Zhennan, et al. "The Synthesis Model of Flat-Electrode Hemispherical Resonator Gyro." *Sensors* 19.7 (2019): 1690.
- [18] Senkal, Doruk, and Andrei M. Shkel. "Whole-Angle MEMS Gyroscopes: Challenges and Opportunities". John Wiley & Sons, 2020.
- [19] Chou, Chan-Shin, and Chia-Ou Chang. "Modal precession of a hemispherical shell gyro excited by electrostatic field." *Japanese journal of applied physics* 36.11R (1997): 7073.
- [20] Wang, Xu, et al. "Force to rebalance control of HRG and suppression of its errors on the basis of FPGA." *Sensors* 11.12 (2011): 11761-11773.
- [۲۱] عرب شیبانی الهام، "شبیه‌سازی مکانیکی و حرارتی پوسته نیم‌کروی ارتعاشی"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع برق و کامپیوتر، ۱۳۹۹.
- [22] K. Webb SECOND-ORDER FILTERS, Pai, P., et al. "MEMS-based hemispherical resonator gyroscopes." *SENSORS*, 2012 IEEE. IEEE, 2012.
- [23] Loveday, P. W., and C. A. Rogers. "The influence of control system design on the performance of vibratory gyroscopes." *Journal of Sound and vibration* 255.3 (2002): 417-432.
- [24] J. Soderkvist "Micromachined gyroscopes" *Sensors and Actuators A* volume 43, pp.65-71, 1994
- [25] Sung, Sangkyung, et al. "A novel control loop design and its application to the force balance of vibratory rate sensor." *International Journal of*