

الگوریتم جدید کنترل همزمان شکل دهی و عبور از موانع برای مجموعه کوادروتور

حسین بلندی^۱، محمد رضایی^۲، سید مجید اسماعیل زاده^۳، وحید خورانی^۴

چکیده

در این مقاله الگوریتم جدید کنترل و حفظ شکل دهی مجموعه کوادروتور در حضور موانع ارائه شده است. مجموعه ای شامل سه کوادروتور با دینامیک کاملاً غیرخطی و لحاظ کردن ملل تمامی زیر سیستم ها در فضای سه بعدی در نظر گرفته شده است. قانون کنترل شکل دهی در فضای سه بعدی بر مبنای فاصله و زاویه بین کوادروتورها و با استفاده از رویکرد فاصله اقلیدسی و زاویه فیما بین عوامل گروه استخراج شده است. الگوریتم بطور همزمان توانایی کنترل و حفظ شکل دهی و پرهیز از برخورد با موانع را دارد. الگوریتم نیاز به اندازه گیری غیر مستقیم اطلاعات را کاهش می دهد. نتایج شبیه سازی توانایی الگوریتم در حفظ و کنترل شکل دهی، عبور از موانع، ردیابی نرم مسیر و پایداری را نشان می دهد.

کلمات کلیدی

کنترل شکل دهی، کنترل پیشرو-پیرو، پرهیز از موانع، غیرخطی، روش هندسی

مقدمه

در سالهای اخیر استفاده از روباتها و بطور خاص روبات پرنده در بین محققین جذابیت زیادی پیدا کرده است [۱]. در میان روباتهای پرنده، کوادروتور بدلیل امکان فرود و صعود عمودی، کوچکی و سادگی ساخت بسیار پر کاربرد است. از طرف دیگر مسئله کنترل آن بدلیل ماهیت غیرخطی و زیر تحریک بودن، مورد توجه محققین قرار دارد. محققین زیادی به مدل سازی رفتار دینامیکی کوادروتور پرداخته اند [۲] [۳]. برخی از محققین مدل های پیچیده تر و با تمرکز بیشتری بر جزئیات آیرودینامیکی ارائه کرده اند [۴]. اما به طور معمول اکثر محققین از مدل استاندارد برای شبیه سازی و کنترل کوادروتور استفاده می کنند [۵] [۶] [۷]. با توجه به پیشرفت های علم شبکه و کاربردهای گسترده سیستم های چندعامله، تحقیقات در این زمینه نیز اخیراً جاذبه زیادی در بین محققین پیدا کرده است [۸]. یکی از این زمینه ها، همکاری روبات های بدون سرنشین و شکل دهی گروه است. در عمل تشکیل و حفظ شکل دهی در رسیدن به هدف در محیط های ناشناخته و یا کمی شناخته شده کاربرد زیادی دارد. در طراحی کنترل شکل دهی روبات های متحرک

رویکردهای مختلفی مانند مبتنی بر رفتار [۹] [۱۰] [۱۱]، پیشرو-پیرو [۱۲] [۱۳] [۱۴]، میدان پتانسیل مصنوعی [۱۵] [۱۶]، روش های زیستی [۱۷] [۱۸]، ساختار مجازی [۱۹] [۲۰]، مبتنی بر گراف [۲۱] [۲۲]، و ازدحام هوشمند [۲۳] [۲۴] [۲۵]، وجود دارد. بدلیل کاربرد وسیع و سادگی فهم و پیاده سازی، روش پیشرو-پیرو توجه زیادی را بخود جلب کرده است. در شکل دهی روبات بروش پیشرو-پیرو یک یا چند روبات پیشرو، مسیر از پیش تعیین شده را طی و دیگر روبات ها (پیروها) پیشرو را دنبال می کنند. در بیشتر مقالات راهبرد پیشرو-پیرو مبتنی بر مدل روبات تک چرخ [۱۲] [۲۶] [۱۷] [۲۷] استفاده شده است. راهبرد کنترل مبتنی بر همسایگی استفاده شده در مقالات [۲۸] [۲۹] و مقالات زیادی که در همین راستا چاپ شده تنها برای سیستم های خطی بکار می روند. دیگر پژوهشگران استفاده از مدل مرتبه دوم روبات با روش تک پیشرو و کنترل فیدبک، تطبیقی و مقاوم که شتاب روبات را حتی در حالتی که پیشرو مسیرهای پیچیده ای مانند دایره، منحنی و مستقیم را طی می کند، تحلیل و پیشنهاد داده اند [۸] [۳۰]، اما خطای موقعیت نسبی بین روبات پیرو و پیشرو بسمت صفر همگرا نمی شود. یکی از آخرین تحقیقات راهبرد مبتنی بر نیروی مصنوعی است [۳۱] که کاربردهای زیادی در دنیای واقعی دارد، اما فرض یکسان بودن روبات ها کاربرد این روش را محدود می کند. دیگر محققین [۳۲]- [۳۳]، مسئله شکل دهی را به کنترل سنکرون تبدیل و کنترل کننده سنکرون را برای صفر کردن خطای موقعیت و سنکرون-

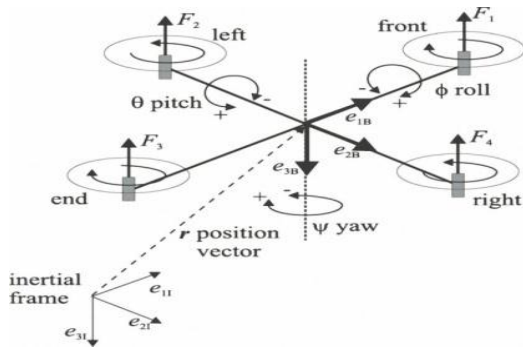
^۱ دانشیار دانشکده برق، دانشگاه علم و صنعت ایران

^۲ دانشجوی دکتری مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران rezaei_mde@yahoo.com

^۳ استادیار دانشکده برق، دانشگاه علم و صنعت ایران

^۴ کارشناس ارشد مکترونیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

تاریخ دریافت: ۱۵ آبان ۱۳۹۲ تاریخ پذیرش: ۱۲ خرداد ۱۳۹۳



شکل ۱. ساختار کوادروتور و سیستم مختصات نسبی

کوادروتور دارای شش درجه‌ی آزادی است و به دلیل وجود چهار موتور نمی‌توان هر یک از آنها را به صورت جداگانه کنترل کرد، اما می‌توان سیگنالهای کنترل را به گونه‌ای تعریف کرد که کنترل سه زاویه‌ی رول، پیچ، یاو و همچنین ارتفاع آن میسر شود. برای مدلسازی در چارچوب بدنه از بردار خطی $V = [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T$ ، سرعت‌های زاویه‌ای و خطی استفاده می‌شود. بردار تعمیم یافته‌ی سرعت، u ، v و w به ترتیب سرعت‌های خطی و p ، q و r به ترتیب سرعت‌های زاویه‌ای در جهت و حول محورهای X_B ، Y_B و Z_B می‌باشند. در چارچوب مرجع از بردار $\xi = [X \ Y \ Z \ \varphi \ \theta \ \psi]^T$ استفاده می‌کنیم که در آن X ، Y و Z به ترتیب موقعیت مرکز چارچوب بدنه یا مرکز کوادروتور و φ ، θ و ψ نیز به ترتیب زوایای چارچوب بدنه حول محورهای X_E ، Y_E و Z_E می‌باشند. سرعت‌های زاویه‌ای و خطی در چارچوب مرجع به شکل $\dot{\xi} = [\dot{X} \ \dot{Y} \ \dot{Z} \ \dot{\varphi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ است. $\dot{\xi}$ بردار تعمیم یافته‌ی سرعت در چارچوب بدنه است. با استفاده از رابطه‌ی بین دو چارچوب بدنه و مرجع و روابط سینماتیک بین آنها و روابط مابین هر سنسور و چارچوب بدنه، سرعت‌ها به این چارچوب انتقال می‌یابد. پس از آن سرعت‌ها چارچوب مرجع انتقال پیدا می‌کند. برای این کار نیاز به رابطه‌ی بین چارچوب‌های بدنه و مرجع است که با یک بردار موقعیت $[X \ Y \ Z]^T$ و سه چرخش زوایای اویلر ZYX بیان می‌شود. با نوشتن روابط حاکم بر دو چارچوب معرفی شده، رابطه‌ی $\dot{\xi} = J_{\theta} V$ بدست خواهد آمد که بیانگر رابطه‌ی سینماتیک بین دو چارچوب مرجع و بدنه است. J_{θ} تعمیم یافته‌ی ماتریس انتقال است. با استفاده از روابط سینماتیکی کوادروتور و حل معادلات می‌توان، مدل دینامیکی کوادروتور را به صورت روابط (۱) تا (۴) و مدل موتورها (۵) به دست آورد. Ω_n در رابطه به ازای $n = 1, 2, 3, 4$ سرعت زاویه‌ای موتورهای الکتریکی بر حسب (رادیان بر ثانیه) می‌باشد. علاوه بر دینامیک ساختار، موتورها نیز مدل شده‌اند. [1][2][3]

سازی توسعه داده‌اند، اما آنها از کنترل هم‌هنگ متمرکز که مشکل محدودیت پهنای باند دارد، استفاده کرده‌اند، در نتیجه الگوریتم قابلیت توسعه از نظر تعداد روبات را ندارد. بدلیل پیچیدگی مسئله، اغلب محققین مجبور به استفاده از شبکه عصبی می‌شوند [۳۴].

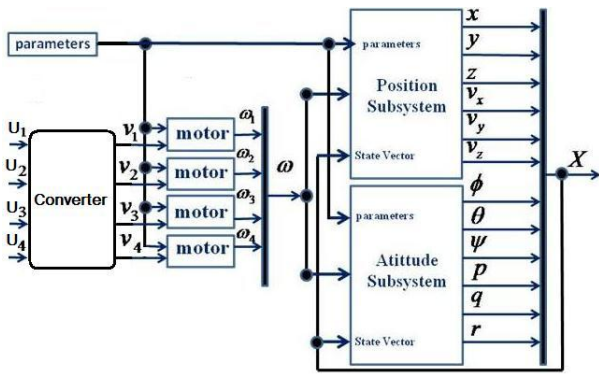
علاوه بر پیچیدگی، مشکل اندازه‌گیری سرعت پیشرو توسط سنسورهای محلی همراه پیرو برای ورودی کنترل‌کننده فیدبک نیز وجود دارد و تخمین آن نیز نویز اندازه‌گیری را افزایش می‌دهد. یک روش حل، کنترل‌کننده فیدبک دینامیکی است که در آن سرعت را تخمین می‌زنند [۱۳]. در این روش مدل تک پیشرو است که از نظر تئوری بستگی به تعداد روبات ندارد ولی برای گروه روبات با تعداد زیاد بدلیل خطای جمع‌شونده و نوسانات بکار نمی‌رود. این مشکل را در این مقاله حل خواهیم کرد.

در این مقاله الگوریتم جدید کنترل شکل‌دهی پیشرو - پیرو برای سیستم با چند روبات پرنده بر اساس مدل دو پیشرو پیشنهاد شده که همزمان با عبور از موانع و کنترل میرایی و نوسانات، از پایداری مناسبی نیز برخوردار است. علاوه بر این قانون کنترل سرعت محاسبه‌شده و از اطلاعات کمی مانند فاصله و زاویه استفاده می‌کند که با سنسورهای همراه روبات قابل اندازه‌گیری است. الگوریتم برای هر دو مدل تک پیشرو و دو پیشرو قابل اعمال است و قوانین کنترل محلی می‌توانند بطور پایدار و قابل انعطاف برای شکل‌دهی بکار روند. ثابت می‌شود که تمام خطاها در حالت‌های نسبی بسمت صفر همگرا می‌شوند [۳۵] و شکل‌دهی از نرخ بالای همگرایی برخوردار است.

ساختار مقاله بدین صورت است که در بخش دوم دینامیک و در بخش سوم کنترل کوادروتور بیان شده‌است. در بخش چهارم کنترل شکل‌دهی و در بخش پنجم الگوریتم عبور از موانع ارائه شده‌است.

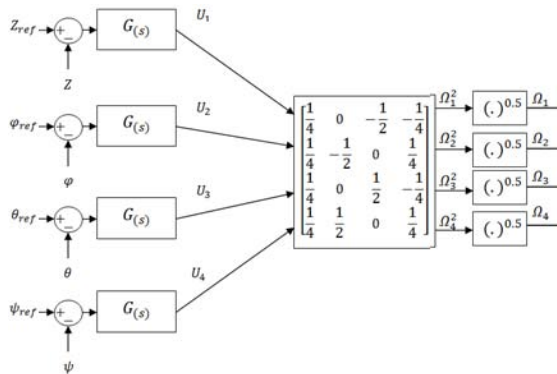
دینامیک کوادروتور

در این بخش دینامیک کوادروتور، مبانی ریاضی فاصله هندسی و فرموله کردن مسئله آمده‌است. جزئیات دینامیک کوادروتور، مبانی ریاضی و مبنای فرموله کردن در مراجع [۲][۳][۴] آمده‌است.



شکل ۲. دیاگرام بلوکی کوادروتور (غیرخطی)

مطابق شکل ۳، خروجی کنترل کننده‌ها به ماتریس تبدیل به دست آمده از روابط فوق، اعمال شده و با اعمال یک عملیات جذر به سرعت مرجع برای موتورها تبدیل می‌شوند. با استفاده از رویکرد فوق کفایت که چهار کنترل کننده‌ی مجزا برای کنترل چهار درجه‌ی آزادی کوادروتور طراحی شود.



شکل ۳. تبدیل چند ورودی چند خروجی به تک ورودی تک خروجی

در سیستم کنترل، یک کنترل کننده برای سرعت خطی در جهت محور عرض و یک کنترل کننده برای محور طول در نظر گرفته شده که خروجی آن‌ها به عنوان مرجع کنترلی در اختیار کنترل کننده‌های رول و پیچ قرار می‌گیرد.

طراحی سیستم کنترل ردیابی مسیر

در ردیابی هدف رساندن کوادروتور از نقطه‌ی ۱ به نقطه‌ی ۲ است. با توجه به محدودیت حرکت ربات در جهت v_b بهترین حالت، هم جهت نمودن محور x_b ربات با محور d می‌باشد. لذا محاسبه‌ی اندازه و جهت بردار d اولین قدم برای طراحی کنترل کننده است.

$$\begin{aligned} U_1 &= \Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2 \\ U_2 &= -\Omega_2^2 + \Omega_4^2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} U_3 &= -\Omega_1^2 + \Omega_3^2 \\ U_4 &= -\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2 \\ \Omega &= -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4 \\ I_x &= \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \\ I_y &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \\ I_z &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\ddot{X} = (\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) \frac{b}{m} U_1$$

$$\ddot{Y} = (-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) \frac{b}{m} U_1$$

$$\ddot{Z} = -g + (\cos \phi \cos \theta) \frac{b}{m} U_1$$

$$\dot{\phi} = p + \sin \phi \tan \theta r + \cos \phi \tan \theta q$$

$$\dot{\theta} = \cos \phi r - \sin \phi q$$

$$\dot{\psi} = \frac{\sin \phi}{\cos \theta} r + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} q$$

$$\dot{p} = I_x q r - \frac{J_{TP}}{I_{XX}} q \Omega + \frac{lb}{I_{XX}} U_2$$

$$\dot{q} = I_y p r + \frac{J_{TP}}{I_{YY}} p \Omega + \frac{lb}{I_{YY}} U_3$$

$$\dot{r} = I_z p q + \frac{d}{I_{ZZ}} U_4 \quad (3)$$

$$X = [X \ Y \ Z \ \dot{X} \ \dot{Y} \ \dot{Z} \ \phi \ \theta \ \psi \ p \ q \ r] \quad (4)$$

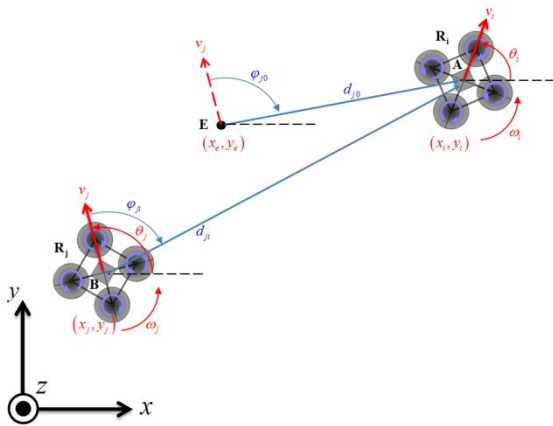
$$\begin{aligned} \dot{\Omega}_n &= -\frac{K_E K_M}{R J_{TP}} \Omega_n - \frac{d}{J_{TP}} \Omega_n^2 + \frac{K_M}{R J_{TP}} v_n \\ J_{TP} &= J_p + \eta N^2 J_M \end{aligned} \quad (5)$$

$$\dot{\Omega}_i = -\frac{1}{\tau} \Omega_i - \frac{d}{J_{TP}} \Omega_i^2 + \frac{a}{\tau} v_i$$

کنترل کوادروتور

در کنترل کوادروتور سه مسئله زیر تحریک بودن، غیر خطی بودن و چند ورودی چند خروجی بودن وجود دارد که برای حل آن‌ها ابتدا چهار محور رول، پیچ، یاو و ارتفاع و سپس محورهای طول و عرض را کنترل می‌شود. سپس مدل غیرخطی در نظر گرفته شده و غیرخطی کنترل می‌گردد. در نهایت سیستم چند ورودی چند خروجی به چهار سیستم تک ورودی تک خروجی تبدیل می‌شود [۵] [۶] [۷].

فاصله‌ی R_i و R_j با بردار \vec{d}_{ji} نشان داده شده است. زاویه‌ی بردار \vec{d}_{ji} نسبت به محور حرکت R_j با φ_{ji} نشان داده شده است. در شرایط مطلوب، مقادیر \vec{d}_{ji} و φ_{ji} باید به ترتیب برابر با \vec{d}_{j0} و φ_{j0} باشند تا R_j در موقعیت و جهت‌گیری صحیح نسبت به پیشرو قرار داشته باشد. موقعیت صحیح برای R_j با نقطه‌ی E در شکل مشخص شده است.



شکل ۵- موقعیت پیشرو و پیرو اول

اختلاف زاویه با $(\Delta\theta_j = \theta_j - \theta_i)$ مشخص شده است. در صورت داشتن موقعیت پیشرو (R_i) ، جهت حرکت پیرو (R_j) و مقادیر d_{j0} و φ_{j0} ، موقعیت مطلوب R_j برابر رابطه‌ی زیر است:

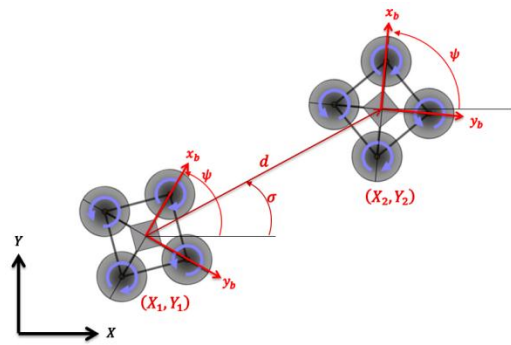
$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos(\theta_j + \varphi_{j0}) \\ \sin(\theta_j + \varphi_{j0}) \end{bmatrix} d_{j0} \quad (8)$$

مطابق رابطه‌ی ۸، جهت فرارگیری پیشرو به صورت مستقیم بر روی مقدار محاسبه شده برای (x_e, y_e) تاثیر ندارد، اما در حین حرکت پیشرو، حالت مثلث همواره حفظ خواهد شد. در واقع، جهت حرکت پیشرو به صورت غیرمستقیم و در طول زمان بر روی (x_e, y_e) تاثیر دارد و در صورت داشتن کنترل کننده‌ی مناسب، پیرو همواره بر روی رأس یک مثلث نسبت به پیشرو قرار خواهد داشت. با داشتن موقعیت مطلوب R_j می‌توان کنترل کننده‌ی R_j را طراحی کرد. فاصله‌ی R_j تا نقطه‌ی E به عنوان خطای خطی و اختلاف جهت نسبت به جهت بردار وصل کننده‌ی نقاط B و E به عنوان خطای زاویه‌ای پیرو در نظر گرفته شده است:

$$\begin{cases} e_v = \sqrt{(x_e - x_j)^2 + (y_e - y_j)^2} \\ e_\theta = \text{atan2}\left(\frac{y_e - y_j}{x_e - x_j}\right) \end{cases} \quad (9)$$

با در نظر گرفتن خطاهای معرفی شده، کنترل کننده‌ی زیر برای پیرو اول پیشنهاد شده است:

$$\begin{cases} v_{j(t)} = \left[k_1 (e_{v(t)} - \varepsilon) + k_2 \int_0^t (e_{v(\tau)} - \varepsilon) d\tau \right] \cos(e_{\theta(t)}) \\ \omega_{j(t)} = k_3 e_{\theta(t)} + k_4 \int_0^t e_{\theta(\tau)} d\tau \end{cases} \quad (10)$$



شکل ۴. ردیابی مسیر

اندازه و جهت بردار \vec{d} با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} d = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} \\ \sigma = \text{atan2}\left(\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}\right) \end{cases} \quad (6)$$

با توجه به روابط به دست آمده، کنترل کننده‌ی زیر برای سیستم پیشنهاد شده است:

$$\begin{cases} v_{x(t)} = \left[k_1 (d_{(t)} - \varepsilon) + k_2 \int_0^t (d_{(\tau)} - \varepsilon) d\tau \right] \cos(\psi - \sigma) \\ \psi_{(t)} = k_3 (\psi_{(t)} - \sigma_{(t)}) + k_4 \int_0^t (\psi_{(\tau)} - \sigma_{(\tau)}) d\tau \end{cases} \quad (7)$$

اندازه‌ی بردار \vec{d} ، k_1 ، k_2 ، k_3 ، k_4 ضرایب کنترل کننده و E یک مقدار ثابت است. در شبیه‌سازی از مقادیر زیر استفاده شده است:

$$\{k_1 = 0.5 \quad k_2 = 0.08 \quad k_3 = 1.6 \quad k_4 = 0.2 \quad \varepsilon = 0.010\}$$

طراحی کنترل کننده شکل‌دهی برای گروه کوادروتور

در بخش قبل کنترل کننده ردیابی مسیر برای یک کوادروتور طراحی شد. در این بخش رویکرد در نظر گرفته شده برای حرکت گروه کوادروتورها معرفی شده است. رویکرد مورد نظر دو پیشرو [۳۶] است. در این رویکرد پیشرو مسیری از پیش تعیین شده را طی می‌کند و دو پیرو با شکل‌دهی مثلثی به دنبال آن حرکت می‌کنند. پیرو اول علاوه بر پیروی از پیشرو، برای پیرو دوم پیشرو است. در نتیجه، پیرو دوم علاوه بر کنترل فاصله‌ی با پیشرو، باید فاصله‌اش با پیرو اول را نیز کنترل کند. از اینرو ابتدا برای پیرو اول کنترل کننده‌ای طراحی و سپس کنترل کننده پیرو دوم طراحی می‌شود. موقعیت فعلی پیشرو، موقعیت فعلی پیرو اول و موقعیت صحیحی که پیرو اول باید در آن قرار گیرد به ترتیب با نقاط A، B و E در شکل ۵ نمایش داده شده است. پیشرو R_i (در نقطه‌ی A قرار دارد) و v_i و ω_i به ترتیب سرعت‌های خطی و زاویه‌ای‌اند. مطابق شکل ۵، در مختصات (x_i, y_i) قرار داشته و زاویه‌ی محور جلوی آن نسبت به محور x ، θ_i است. پیرو اول R_j (در نقطه‌ی B قرار دارد) و سرعت‌های خطی و زاویه‌ای، موقعیت و جهت‌گیری R_j نیز مانند ربات پیشرو تعیین شده‌اند.

مطابق شکل ۶ پیشرو در موقعیت (x_i, y_i) است و با توجه به اینکه پیرو اول در موقعیت (x_j, y_j) قرار دارد، محل مجازی برای قرارگیری پیرو دوم، (x_m, y_m) ، باید با توجه به نقاط (x_i, y_i) و (x_n, y_n) محاسبه شود. در محاسبه موقعیت نقطه (x_m, y_m) باید شرط d_{j0} برقرار باشد و سپس موقعیت نقطه (x_m, y_m) با توجه به شرایط d_{k0} و l_{k0} به دست می آید.

$$\begin{cases} x_n = x_i + \frac{d_{j0}}{d_{ji}}(x_j - x_i) \\ y_n = y_i + \frac{d_{j0}}{d_{ji}}(y_j - y_i) \end{cases}, d_{ji} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (11)$$

برای محاسبه موقعیت (x_m, y_m) با در نظر داشتن دو شرط d_{k0} و l_{k0} باید دستگاه معادلات زیر حل شود:

$$\begin{cases} (x_m - x_i)^2 + (y_m - y_i)^2 = d_{k0}^2 \\ (x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2 = l_{k0}^2 \end{cases} \quad (12)$$

دستگاه فوق بر اساس فاصله هندسی مطلوب بین نقطه (x_m, y_m) و دو نقطه (x_i, y_i) و (x_n, y_n) نوشته شده است:

$$\begin{cases} x_m^2 + y_m^2 - 2x_i x_m - 2y_i y_m = d_{k0}^2 - x_i^2 - y_i^2 \\ x_m^2 + y_m^2 - 2x_n x_m - 2y_n y_m = l_{k0}^2 - x_n^2 - y_n^2 \end{cases} \quad (13)$$

برای به دست آوردن مقادیر x_m و y_m دستگاه دو معادله درجه دو و با تغییر متغیرهای زیر باید حل شود:

$$\begin{cases} a = 4(x_n - x_i)^2 + 4(y_n - y_i)^2 \\ b = 4 \left[(y_i + y_n)(y_n y_i - (x_i - x_n)^2) - (y_n^3 - y_i^3 + d_{k0}^2(y_i - y_n) + l_{k0}^2(y_n - y_i)) \right] \\ c = (x_i^2 + y_i^2 - d_{k0}^2)[x_i^2 + y_i^2 + 4x_n^2 - 4x_n x_i - d_{k0}^2] \\ + (x_n^2 + y_n^2 - l_{k0}^2)[2(x_i - x_n)^2 - x_n^2 + y_n^2 - 2y_i^2 - l_{k0}^2 + 2d_{k0}^2] \end{cases} \quad (14)$$

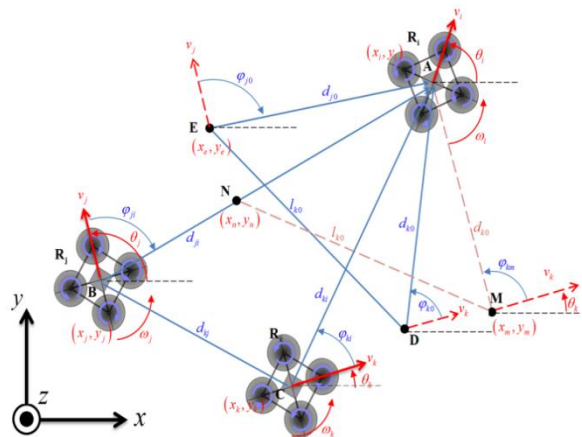
$$y_m = \begin{cases} \frac{-b - \text{sign}(x_i - x_n) \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, & x_i - x_n \neq 0 \\ \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, & x_i - x_n = 0 \end{cases} \quad (15)$$

و با استفاده از مقدار به دست آمده از y_m :

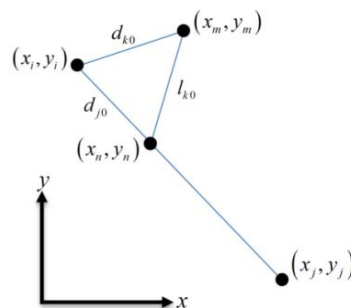
$$x_m = \begin{cases} \frac{(2y_m(y_n - y_i) + x_i^2 - x_n^2 + y_i^2 - y_n^2 + l_{k0}^2 - d_{k0}^2)}{2(x_n - x_i)}, & x_i - x_n \neq 0 \\ x_n + \text{sign}(y_i - y_n) \sqrt{l_{k0}^2 - (y_m - y_n)^2}, & x_i - x_n = 0 \end{cases} \quad (16)$$

با مشخص شدن مختصات M کنترل کننده برای هدایت R_k به سمت M طراحی خواهد شد. برای این منظور از همان کنترل کننده قبلی برای هدایت R_j به نقطه E به هدایت و کنترل R_k به سمت M استفاده شده است. فاصله R_k تا M به عنوان خطای خطی و اختلاف جهت نسبت به بردار وصل کننده نقاط C و M را به عنوان خطای زاویه ای ربات پیرو دوم در نظر گرفته شده است:

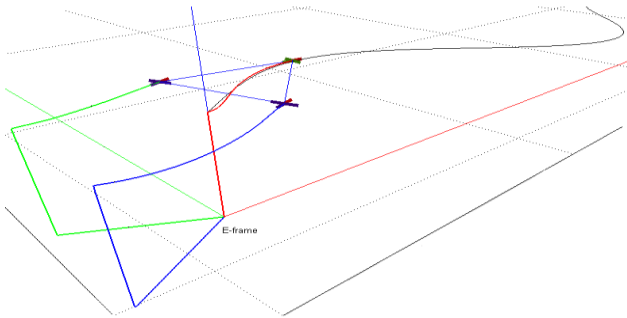
ε و $\cos(\theta_{\theta(t)})$ مشابه رابطه (۳) برای جلوگیری از ناپایداری در نظر گرفته شده و k_1, k_2, k_3, k_4 ضرایب کنترل کننده اند. پیرو دوم باید موقعیت خود را نسبت به پیشرو و پیرو اول کنترل کند. شکل ۶ سه ربات پیشرو، پیرو اول و پیرو دوم را نشان می دهد که به ترتیب در نقاط A، B و C قرار دارند. پیرو دوم (R_k) در مختصات (x_k, y_k) قرار دارد و با سرعت v_k در جهت θ_k نسبت به محور x حرکت می کند. فاصله R_k تا R_i برابر اندازه ی بردار \vec{d}_{ki} است، بردار \vec{d}_{ki} زاویه ای φ_{ki} نسبت به جهت حرکت دارد و فاصله بین R_k و R_j برابر d_{kj} است. حالت مطلوب این است که سه کوادروتور در رئوس مثلث AED قرار گیرند. اضلاع این مثلث از پیش تعیین شده و برابر با مقادیر d_{j0} ، d_{k0} و l_{k0} است. هدف کنترل R_k به گونه ای است که فاصله ی آن با R_i به d_{k0} و با R_j به l_{k0} میل کند در نتیجه برای رسیدن به نقطه ی M کنترل می شود. N نقطه ای بین R_j و R_i است که با R_i به اندازه ی d_{j0} فاصله دارد. در صورتی که R_j به نقطه ی مطلوب E نزدیک شود مثلث مجازی ANM نیز به مثلث مطلوب AED میل می کند و این یعنی نقطه ی مجازی M به سمت D میل کرده، در نتیجه R_k به سمت D حرکت می کند. در نتیجه گام اول یافتن مختصات نقطه M است.



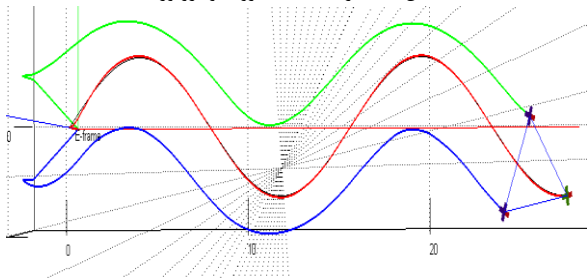
شکل ۶. موقعیت پیشرو و پیروها



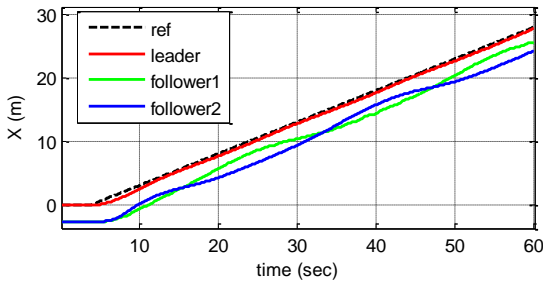
شکل ۷. محاسبه موقعیت مطلوب پیرو



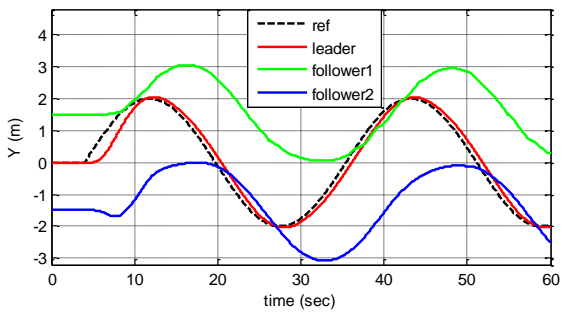
شکل ۹. مسیر سه بعدی گروه کوادروتور



شکل ۱۰. مسیر دو بعدی گروه کوادروتور



شکل ۱۱. مسیر حرکت گروه در محور طول



شکل ۱۲. مسیر حرکت گروه در محور عرض

شکل ۱۳ مقدار زوایای φ_{ji} و مقدار مطلوب آن (φ_{j0}) را نشان می‌دهد. مقدار مطلوب φ_{j0} ، -30° درجه در نظر گرفته شده‌است. φ_{ji} با تغییراتی در حدود 10° درجه حول مقدار مطلوب خود نوسان کرده که رفتار طبیعی مورد انتظار است.

$$\begin{cases} e_v = \sqrt{(x_m - x_k)^2 + (y_m - y_k)^2} \\ e_\theta = \text{atan2}\left(\frac{y_m - y_k}{x_m - x_k}\right) \end{cases} \quad (17)$$

با در نظر گرفتن خطاها کنترل کننده‌ی زیر برای پیرو دوم پیشنهاد شده‌است:

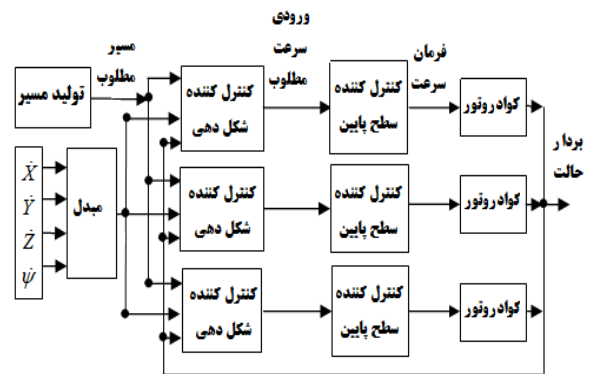
$$\begin{cases} v_{k(t)} = \left[k_1(e_{v(t)} - \varepsilon) + k_2 \int_0^t (e_{v(\tau)} - \varepsilon) d\tau \right] \cos(e_{\theta(t)}) \\ \omega_{k(t)} = k_3 e_{\theta(t)} + k_4 \int_0^t e_{\theta(\tau)} d\tau \end{cases} \quad (18)$$

خروجی‌های کنترل کننده‌ی $v_{j(t)}$ و $\omega_{j(t)}$ اند که به عنوان سیگنال-های کنترل به کوادروتور پیرو اول ارسال خواهند شد.

$$\begin{cases} d_{j0} = 3 \\ \varphi_{j0} = -30 \end{cases} \quad (19)$$

$$k_1 = 1.05 \quad k_2 = 0.12 \quad k_3 = 1.1 \quad k_4 = 0.05 \quad \varepsilon = 0.050 \quad (20)$$

دیاگرام بلوکی در شکل ۸ و نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۹ تا ۱۴ آمده‌است. شکل ۹ نمای سه بعدی از مسیر طی شده توسط سه کوادروتور را نمایش می‌دهد. در شکل گروه کوادروتورها روی رئوس یک مثلث قرار دارند و مسیر سینوسی را طی می‌کنند.



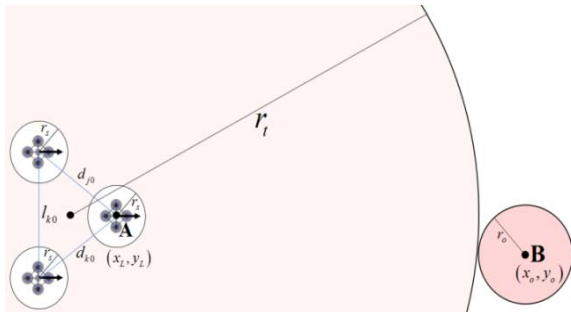
شکل ۸. دیاگرام بلوکی شکل‌دهی

شکل ۱۰ تصویر دوبعدی از شکل‌دهی است و حفظ شکل‌دهی تا پایان را نشان می‌دهد. شکل‌های ۱۱ و ۱۲ مقادیر x و y در طول زمان را نمایش می‌دهند. مطابق شکل مشخص است که پیروها فاصله‌ی مناسب با پیشرو را در طول زمان حرکت حفظ کرده‌اند.

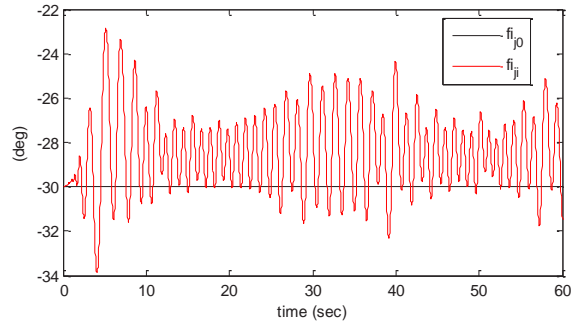
- گروه بدون برخورد با مانع از مجاورت آن عبور کند.
- محدودیت‌های سرعت را در نظر بگیرد تا کوادروتورهای که با شعاع‌های بزرگتر حرکت می‌کنند، موقعیت خود را حفظ نمایند.
- کوتاه‌ترین مسیر را انتخاب کند.

فرض کنید مجموعه با آرایش مثلثی در حال حرکت به سمت مقصد از پیش تعیین شده است. پیشرو در نقطه‌ی A به مختصات (x_L, y_L) قرار دارد و دو پیرو در رئوس مثلثی با اضلاع d_{k0} ، d_{j0} و l_{k0} قرار گرفته‌اند. هریک از کوادروتورها یک دایره‌ی امن به شعاع r_s دارند. الگوریتم بنحوی عمل می‌کند که هیچ مانع و یا ربات دیگری وارد دایره‌ی امن این کوادروتورها نشود. علاوه بر این دایره، یک دایره‌ی بزرگتر با شعاع r_t و مرکزیت مثلث در نظر گرفته شده‌است. الگوریتم همواره محدوده‌ی دایره را بررسی و در صورتی که مانعی در این محدوده مشاهده شود، برای پرهیز از برخورد گروه با آن تصمیمات مناسب را اتخاذ می‌کند. فرض کنید مانعی به شعاع r_0 که در نقطه‌ی B به مختصات (x_0, y_0) قرار دارد، توسط پیشرو مشاهده شده‌است. درواقع، این مانع در مرز دایره‌ی امن گروه قرار دارد. دو تصمیم قابل اتخاذ است. گروه می‌تواند از سمت چپ و یا راست مانع عبور کرده و از برخورد با آن پرهیز نماید. پیشرو مسیرش را به سمت یکی از نقاط C1 یا C2 تغییر می‌دهد.

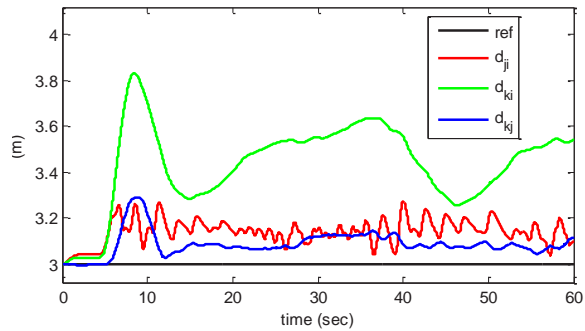
پس نقاط C1 و C2 به مختصات (x_{c1}, y_{c1}) و (x_{c2}, y_{c2}) بنحوی محاسبه می‌شود که کوادروتورهای پیرو با مانع برخورد نکنند. برای این منظور نقاط D1 و D2 به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که شرایط لازم را برقرار سازند. در صورتی که گروه در جهت صحیح خود قرار داشته باشد، دایره‌ی امن کوادروتوری که در سمت مانع قرار دارد مماس با مانع قرار می‌گیرد. این در حالی است که پیشرو در یکی از نقاط C1 یا C2 قرار گرفته باشد. با توجه به شرایط ابتدا باید مختصات نقاط D1 و D2 محاسبه شوند و سپس با توجه به مقدار اضلاع مثلث، مختصات نقاط C1 و C2 نیز به دست خواهند آمد.



شکل ۱۵. رویت مانع و دایره امن



شکل ۱۳. مقادیر زاویه‌ی پیرو اول و زاویه‌ی مطلوب برای پیرو اول در طول زمان



شکل ۱۴. اندازه‌ی مطلوب و به دست آمده برای اضلاع مثلث در طول زمان

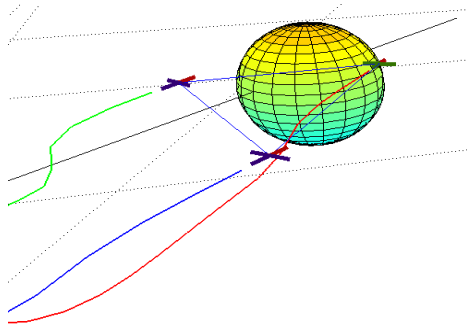
شکل ۱۴ مقادیر اندازه‌گیری شده از اضلاع مثلث در طول زمان را نمایش می‌دهد. اضلاع مثلث در حدود ۳ متر می‌باشند. مقادیر استفاده شده در شبیه سازی در جدول ۱ آمده است.

اجتناب از برخورد با موانع

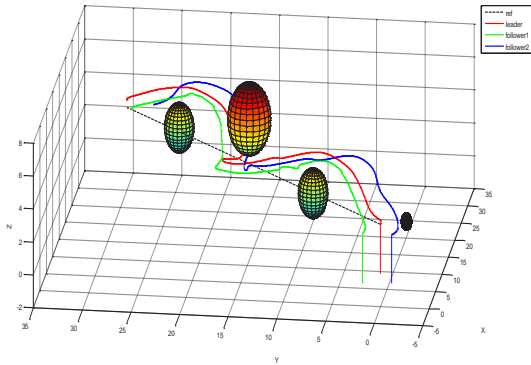
یکی از مهمترین مسائل ربات‌های متحرک اجتناب از برخورد با موانع محیط است. برای این منظور ربات باید مانع را تشخیص داده و با اعمال فرمان‌های کنترل مناسب از برخورد با آن‌ها پرهیز نماید. کنترل‌کننده‌ی اجتناب از برخورد با موانع باید قادر باشد:

جدول ۱. پارامترهای کوادروتور

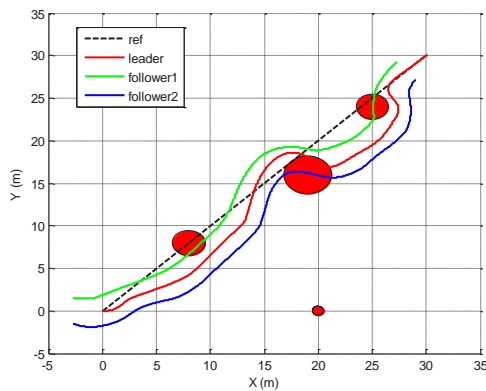
| مقدار محاسبه شده | تعریف |
|-----------------------|---|
| 11×10^{-6} | ضریب نیروی آیرودینامیکی (trust) $N s^2$ |
| 1.1×10^{-6} | ضریب کشش آیرودینامیکی (drag factor) $N m s^2$ |
| 1.3 | جرم بدنه kg |
| 8.1×10^{-3} | ممان اینرسی بدنه حول محور x_B $N m$ |
| 8.1×10^{-3} | ممان اینرسی بدنه حول محور y_B $N m$ |
| 14.2×10^{-3} | ممان اینرسی بدنه حول محور z_B $N m$ |
| 0.27 | فاصله‌ی بین مرکز بدنه و مرکز پروانه m |
| 7.33×10^{-5} | ممان اینرسی موتور حول محور پروانه $N m s^2$ |
| 6.3×10^{-3} | ثابت الکتریکی موتور $V s rad^{-1}$ |
| 6.3×10^{-3} | ثابت مکانیکی موتور $N m A^{-1}$ |
| 0.6 | مقاومت الکتریکی موتور Ω |



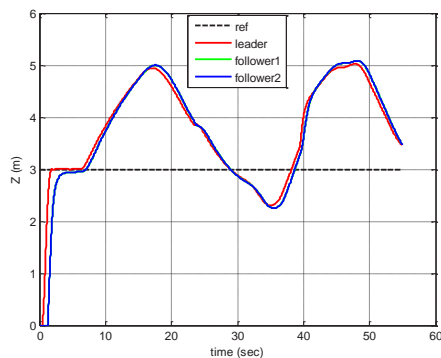
شکل ۲۱: تغییر مسیر حرکت گروه در فضای سه بعدی



شکل ۲۲: مسیر طی شده در فضای سه بعدی



شکل ۲۳: مسیر طی شده از نمای بالا



شکل ۲۴: تغییرات ارتفاع

$$error = \pm \frac{-2(y_d - y_o)}{\sqrt{r^2 - (y_d - y_o)^2}} - \frac{x_d - x_L}{y_d - y_L} \quad (29)$$

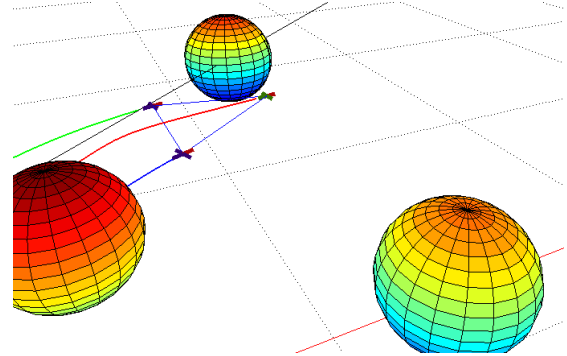
$$(y_o - r) \leq y_d \leq (y_o + r)$$

$$x_d = \pm \sqrt{r^2 - (y_d - y_o)^2} + x_o$$

با محاسبه‌ی نقاط D1 و D2 و روابط زیر محاسبه خواهند شد:

$$\begin{cases} y_{c1} = y_d + \sqrt{d_{k0}^2 - (0.5l_{k0})^2} \frac{(y_d - y_L)}{\sqrt{(y_d - y_L)^2 + (x_d - x_L)^2}} \\ y_{c2} = y_d + \sqrt{d_{k0}^2 - (0.5l_{k0})^2} \frac{(y_d - y_L)}{\sqrt{(y_d - y_L)^2 + (x_d - x_L)^2}} \end{cases} \quad (30)$$

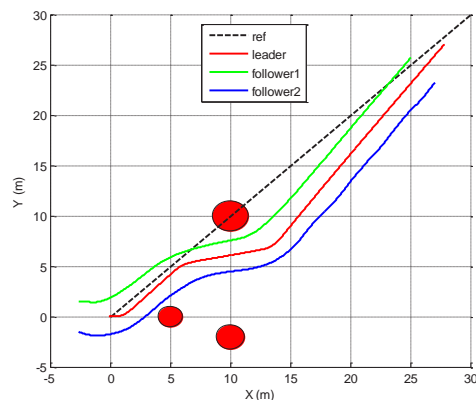
با داشتن مختصات نقاط C1 و C2، پیشرو مسیر مناسب برای پرهیز از برخورد با مانع را محاسبه می‌کند. در شکل ۱۹ نمای سه بعدی از محیط شبیه‌سازی شده نشان داده شده‌است. موانع به صورت کره‌هایی در ارتفاع‌ها و موقعیت‌های مختلف توزیع شده‌اند.



شکل ۱۹: سیستم شبیه‌سازی شده در فضای سه بعدی

مسیر طی شده و تغییر مسیر توسط گروه در شکل‌های ۲۰ و ۲۱ قابل مشاهده است. مطابق شکل، پیشرو مسیر را به گونه‌ای تغییر داده که پیروها بتوانند همزمان با حفظ آرایش مثلثی، با فاصله‌ی امن نسبت به مانع از کنار آن عبور کنند.

مسیر طی شده در فضای سه بعدی و از نمای بالا و تغییرات ارتفاع کوادروتورها بترتیب در شکل‌های ۲۲ تا ۲۴ آمده است.



شکل ۲۰: تصویر دوبعدی از مسیر حرکت ربات‌ها

IEEE Trans. Robot. Auto., vol. 19, no. 6, pp. 933-941 1042-296X, 2003.

[10] S. Monteiro, & E. Bicho, "A dynamical systems approach to behavior-based formation control," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 2606-2611, 0780372735, Washington, 2002.

[11] C. W. Flocks, Reynolds, Herds, Schools "A Distributed Behavioral Model," Comp. Grap.vol.21, pp. 25-34, 1987.

[12] A. K. Das, et al."A vision-based formation control framework," IEEE Trans. Rob. Auto. , vol 18, pp.813-825,2002.

[۱۳] T. Gustavi, X. Hu, " Observer-based leader following formation control using onboard sensor information,"

"Navigation strategies for multiple autonomous IEEE Trans. on Robotics, vol. 24, pp.1457-1462, 1552-3098, 2008.

[14] P. K. C. Wang, mobile robots moving in formation," J. Robotic Sys., vol. 8, pp. 177-195, 0741-2223, 1991.

[15] L. E. Barnes, M. A. Fields, K. P. Valavanis, "Swarm Formation Control Utilizing Elliptical Surfaces and Limiting Functions," IEEE Trans. on Systems, Man, and Cyber. , Part B, vol. 39, pp. 1434-1445, 1083-4419, 2009.

[16] J. Wang, X. Wu, Z. Xu "Potential-based obstacle avoidance in formation control," J. Control Theory Appl., vol. 6, pp. 311-316, 1672-6340, 2008.

[17] H. G. Tanner, A. Jadbabaie, G. J. Pappas, "Flocking in teams of nonholonomic agents,"Lec. Notes Contr. Inf., vol. 309, pp. 229-239, 0170-8643. 2005.

[18] K. Warburton, J. Lazarus, "Tendency-distance models of social cohesion in animal groups," J. Theor.Biol., vol.150, pp. 473-488, 0022-5193, 1991.

[19] M. Egerstedt, X. Hu, A. Stotsky, "Control of mobile platforms using a virtual vehicle approach," IEEE Trans. Robot. Auto., vol. 46, pp.1777-1782, 1042-296X, 2001.

[20] M. A. Lewis, K. H. Tan,"High precision formation control of mobile robots using virtual structures autonomous," Autonomous Robots, vol. 4, pp. 387-403, 0929-5593. 1997.

[21] R. Fierro, A. K. Das, "A modular architecture for formation control," Proc. of the 3rd Int. Workshop on Poland, IEEE Press. (2002).

در مقاله از راهبرد پیشرو- پیرو استفاده شده که مزیت اصلی آن سادگی درک و بکارگیری است. روش بکار برده شده برای شکل دهی روش هندسی است. مدل استفاده شده مدل غیر خطی با در نظر گرفتن مدل موتورها است. کنترل کننده طراحی شده برای تمام محورها کنترل کننده متناسب انتگرالی است. نتایج شبیه سازی کارآیی الگوریتم را نشان می دهد. برای عبور از موانع از روش مناطق امن با در نظر گرفتن محدوده‌ی مناسب استفاده شده و برای بهینه سازی، تغییرات ارتفاع نیز در شبیه سازی لحاظ شده است. نتایج شبیه سازی عملکرد مناسب و دقت الگوریتم را نشان تایید می کند. برای نشان دادن عدم وابستگی به تعداد عامل های گروه باید شبیه سازی برای تعداد بیشتر انجام شود.

مراجع

[1] P. Castillo, R. Lozano, A. Dzul, "Modelling and Control of Mini Flying Machines," Springer-Verlag, London, 2005.

[2] S. Bouabdallah, P. Murrieri, and R. Siegwart, "Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor," in Robotics and Automation, Proceedings. ICRA'04. IEEE Int. Con. on. vol. 5, pp. 4393-4398, 2004.

[3] T. Bresciani, "Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter," in Department of Automatic Control. vol. Master Thesis Lund: Lund University, 2008.

[4] C. Balas, "Modeling and Linear Control of a Quadrotor," M.S. Thesis, Cranfield University, Bedford, 2007.

[5] N. Michael, D. Mellinger, Q. Lindsey, and V. Kumar, "The GRASP Multiple Micro-UAV Testbed," Robotics & Automation Magazine, IEEE, vol. 17, pp. 56-65, 2010.

[6] G. M. Hoffmann, H. Huang, S. L. Waslander, and C. J. Tomlin, "Quadrotor Helicopter Flight Dynamics and Control:Theory and Experiment," in AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, South Carolina, 2007.

[7] <http://www.cyberbotics.com/overview>"

[8] B. Liu, T. Chu, L. Wang, & G. Xie, "Controllability of a leader-follower dynamic network with switching topology,". IEEE Trans. Auto. Control, vol.53, no. 4, pp. 1009-1013, 2008.

[9] J. R. T. Lawton, R. W. Beard, & B. J. Young,"A decentralized approach to formation maneuvers,"

- [29] R. Olfati-Saber, R. M. Murray, "Graph rigidity and distributed formation stabilization of multivehicle systems," Proc. of 41st IEEE Conf. on Decision and Control, pp. 2965-2971, Nevada. 2002.
- [30] S. C. Liu, D.L. Tan, G. J. Liu, "Robust leader-follower formation control of mobile robots based on a second order kinematics model," *Automatica Sinica*, vol. 33, pp. 947-955, 1874-1029. 2007.
- [31] W. E. Samitha, N. P. Pubudu "Formations of Robotic Swarm An Artificial Force Based Approach," *Int. J. Adv. Robotic Sys*, vol. 7, no. 3, pp. 173-190, 1729-8806, 2010.
- [32] C. Wang, D. Sun, "A synchronization control strategy for multiple robot systems using shape regulation technology," *Proceedings of WCICA' 08*, pp. 467-472, 1424421136, China. 2008.
- [33] D. Sun, C. Wang, W. Shang, G. Feng "A Synchronization Approach to Trajectory Tracking of Multiple Mobile Robots While Maintaining Time-Varying Formations," *IEEE Trans. on Rob.* vol.25, no.5, pp.1074-1086, 2009.
- [34] X. Chen, Y. Li, "Stability on adaptive NN formation control with variant formation patterns and interaction topologies," *Int. J. Adv. Robotic Sys*, vol. 5, no. 1, pp. 69-82, 1729-8806. 200).
- [35] H. G. Tanner, G. J. Pappas, V. Kumar, "Leader to-formation stability," *IEEE Trans. Robot. Auto.*, vol.20, no. 3, pp. 443-455, 1042-296X. 2004.
- [22] J. P. Desai, "A graph theoretic approach for modeling mobile robot team formation," *J. Robotic Sys.*, vol. 19, pp. 511-525, 0741-2223. 2002.
- [23] G. R. Gerasimos, "Multi-Robot Motion Planning Using Swarm Intelligence," *Int. J. Adv. Robotic Sys*, vol. 5, no. 2, pp. 139-144, 1729-8806. 2008.
- [24] N. M. Kwok, Q. P. Ha, G. Fang, "Motion Coordination for Construction Vehicles using Swarm Intelligence," *Int. J. Adv Robotic Sys*, vol. 4, no. 4, pp. 469-476, 1729-8806. 2007.
- [25] W.B. Xu, X.B. Chen, "Artificial moment method for swarm robot formation control," *Sci. China Ser. FInf. Sci.*, vol. 51, no. 10, pp. 1521-1531, 1009-2757. 2008.
- [26] W. Kang; N. Xi; Y. Zhao; J. Tan, Y. Wang, "Formation control of multiple autonomous vehicles - Theory and experimentation," *Intel. Auto. Soft Control*, vol. 10, no. 2, pp. 1-17, 1079-8587. 2004.
- [27] R. Vidal; O. Shakernia; S. Sastry, "Formation control of nonholonomic mobile robots with omnidirectional visual servoing and motion Segmentation," *Proceedings of IEEE Int. Conf. on Rob. and Auto.* pp. 584-589, Taiwan, 2003.
- [28] A. Jadbabaie, J. Lin, A. S. Morse, "Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. 48, no. 6, pp. 988-1001, 0018-9286. 2003.

