

طراحی الگوریتم تصحیح مسیر فضایی در مانور کاهش مدار با روش خطی سازی پسخوراند

سینا دیوسالار^۱، رضا ندافی^{۲*}، منصور کبگانیان^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۲- عضو هیات علمی پژوهشکده علوم و فناوری فضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران (rezanadafi@aut.ac.ir)

۳- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

تاریخ دریافت: ۹۳/۱۰/۱۴ تاریخ پذیرش: ۹۴/۹/۲۲

چکیده

هدف در این مقاله، طراحی و تصحیح مسیر یک فضایما در مانور کاهش مدار می باشد. این مانور کاهش مدار بر اساس الزامات سیستمی در یک پروژه واقعی تکلیف شده و پارامترها و مقادیر آن توسط مهندسی سیستم آن پروژه تعیین شده است. به منظور حصول مانور مورد نظر، نیاز به تولید بردار تغییر سرعت توسط سیستم پیشران می باشد اما در عمل، به دلیل عملکرد نامناسب و وجود عدم قطعیت‌ها در سیستم پیشران، ممکن است بردار تغییر سرعت ایده آل محقق نشود. در نتیجه فضایما از مسیر مطلوب کاهش مدار منحرف شده و این امکان وجود دارد که مأموریت فضایما با شکست مواجه شود. برای جلوگیری از این موضوع و جبران انحراف به وجود آمده، قانون کنترل بدیعی بر اساس مدل کاوول و مبتنی بر روش خطی سازی پسخوراند طراحی و عملکرد آن پس از تولید و بارگذاری مسیر مطلوب کاهش مدار در قانون کنترل (با استفاده از المان‌های مداری)، در طی یک مانور کاهش مدار ارزیابی شده است. در این مقاله با فرض ضربه‌ای بودن مانور کاهش مدار، بردار تغییر سرعت لازم و زمان اعمال آن به فضایما برای قرار گرفتن در مسیر مطلوب کاهش مدار محاسبه می‌شوند. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهند این قانون کنترل که از لحاظ ساختار جدید می باشد با توجه به محدودیت های فنی و ظرفیت سیستم پیشران، توانایی جبران سازی ۲۰٪ خطا در اندازه و ۱۵٪ خطا در زاویه اعمال بردار تغییر سرعت را در محدوده زمانی ۳۵۰ ثانیه داراست.

کلیدواژه

فضایما، مانور کاهش مدار، طراحی و تصحیح مسیر، خطی سازی پسخوراند

مقدمه

به جو ایفا می‌کند، در نتیجه مسیر مورد بحث باید به گونه‌ای طراحی شود تا شرایط مطلوب در انتهای مانور کاهش مدار (ورود به جو) ارضاء شود. به دلایل مختلف از جمله عملکرد نامناسب سیستم کنترل سمت، اختلال در عملکرد پیشران و غیره؛ ممکن است بین مسیر طراحی شده و واقعی در مرحله کاهش مدار اختلاف بوجود بیاید و همین مسئله باعث شکست مأموریت و از دست دادن فضایما شود. بنابراین طراحی و پیاده‌سازی یک کنترلر با اعمال نیروی پیوسته به منظور جبران خطاها و قرار دادن فضایما بر روی مسیر مطلوب ضروری به نظر می‌سد.

مانور کاهش مدار در این مقاله بر اساس الزامات سیستمی مربوط به یک پروژه واقعی بوده و پارامترها و مقادیر آن توسط مهندسی سیستم آن پروژه تعیین شده است. بنابراین موضوعاتی همچون

یکی از چالش‌های پیش روی مأموریت فضایماها، کاهش مدار و بازگشت از مدار است که با توجه به شرایط حاکم بر مسئله (از جمله سرعت و زاویه ورود به جو) از حساس‌ترین مراحل مأموریت هر فضایما است. پس از کاهش مدار، فضایما با سرعت و زاویه‌ی مسیر پرواز مشخصی وارد جو می‌گردد. برای اینکه فضایما بتواند به سلامت به زمین برسد، سرعت و زاویه‌ی مسیر پرواز هنگام ورود به جو باید در محدوده‌ی مجاز قرار گیرند تا فضایما در هنگام ورود به جو، از جو خارج نشده و یا به دلیل اصطکاک بالا در جو که با افزایش شدید دمای فضایما همراه است در عملکرد آن اختلال ایجاد نشود. بنابراین مسیر طی شده توسط فضایما از مدار اولیه (نقطه اعمال ضربه توسط پیشران) تا سطح ورود به جو محسوس نقش کلیدی را در تعیین سرعت و زاویه مسیر پرواز در لحظه ورود

دیوسالار و همکاران در سال ۲۰۱۴ تأثیر انحراف بردار تغییر سرعت از مقدار مطلوب بر روی مسیر کاهش مدار فضاپیما را مورد بررسی قرار دادند. با استناد به این تحقیق، رابطه بین خطای بردار تغییر سرعت و خطای زاویه و سرعت ورود به جو را می‌توان (در محدوده نسبتاً وسیعی از خطای بردار تغییر سرعت) به صورت خطی تقریب زد [۷].

هدف در این مقاله طراحی کنترلی از لحاظ ساختاری جدید، به منظور جبران خطای بردار تغییر سرعت و قرار دادن فضاپیما در مسیر مطلوب کاهش مدار می‌باشد. پس از مدل‌سازی حرکت انتقالی فضاپیما، مسیر مطلوب کاهش مدار، با توجه به سرعت، زاویه مسیر پرواز و مکان ورود به جو، تعیین می‌شود. همچنین بردار تغییر سرعت لازم و زمان اعمال آن به فضاپیما برای قرار گرفتن در مسیر مطلوب کاهش مدار، محاسبه می‌شود. در نهایت کنترلی با استفاده از روش خطی‌سازی پسخوراند طراحی و عملکرد آن با کمک شبیه‌سازی نرم‌افزار بررسی می‌شود.

مدلسازی ریاضی

جهت توصیف حرکت انتقالی یک فضاپیما در میدان جاذبه زمین، در حالت ایده‌آل (عدم وجود نیروهای کنترلی و اغتشاشی، کروی بودن زمین و غیره) از رابطه (۱) استفاده می‌شود. این رابطه از قانون گرانش نیوتن و قانون دوم نیوتن بدست آمده است.

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{\|\mathbf{r}\|^3} \mathbf{r} = \mathbf{0} \quad (1)$$

همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است، r بردار مکان فضاپیما در دستگاه مختصات اینرسی زمین مرکز (XYZ) و μ ثابت گرانش زمین است ($\mu = 37986 \times 10^5 \frac{\text{km}^3}{\text{sec}^2}$).

در صورت اعمال شتاب‌های اغتشاشی (u_d) و کنترلی (u_c) به فضاپیما، رابطه (۱) به صورت زیر تکمیل می‌گردد که به آن رابطه کاول گفته می‌شود [۸].

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{\|\mathbf{r}\|^3} \mathbf{r} = \mathbf{u}_c + \mathbf{u}_d \quad (2)$$

روش دیگر برای مدلسازی حرکت انتقالی فضاپیما، استفاده از شش پارامتر $f, e, a, \omega, i, \Omega$ است که در اصطلاح به آنها المان‌های کلاسیک مداری گفته می‌شود. با توجه به شکل ۱ زاویای i و Ω مشخص کننده صفحه حرکت فضاپیما هستند (دو دوران متوالی از دستگاه اینرسی). المان‌های a, ω, e شکل مسیر حرکت (مدار بیضوی) فضاپیما را در صفحه حرکتش مشخص می‌کنند، در واقع ω زاویه حسیض بیضی، a نیم محور اصلی بیضی و e خروج از مرکزیت بیضی هستند و در نهایت f آنومالی حقیقی فضاپیما نام دارد که موقعیت زاویه‌ای فضاپیما در مدار را نسبت به حسیض تعیین می‌کند. در صورتی که هیچ نیرویی به فضاپیما وارد نشود پارامترهای a, ω, i, Ω و دارای مقادیر ثابتی هستند و فقط f با

پارامترهای کلیدی مسیر کاهش مدار، حرکت در جو، پارامترهای سیستم پیشرانش، جرم کلی فضاپیما و غیره موضوع این مقاله نمی‌باشد. هدف این مقاله اصلاح مسیر فضاپیما در حین مانور کاهش مدار و تا قبل از رسیدن به جو می‌باشد تا با اعمال کنترلر مناسب، به مسیر مطلوب و مد نظر بازگردد.

مرور مقالات تحقیقاتی نشان می‌دهد در مقایسه با سایر مراحل مأموریت یک فضاپیما، مطالعات کمتری در خصوص مانور و هدایت فضاپیما در حین مرحله کاهش مدار صورت گرفته است با این وجود در سال‌های اخیر معدود کارهای تحقیقاتی در ارتباط با مانور کاهش مدار صورت گرفته است.

در سال ۱۹۶۳ میلادی بیکر و همکاران نشان دادند که به ازای یک زاویه مسیر مشخص در لحظه ورود به جو، ارتفاع بهینه‌ای برای آغاز مانور کاهش مدار وجود دارد، که اندازه بردار تغییر سرعت مورد نیاز برای آغاز مانور را به حداقل می‌سازد [۱].

گالمن در سال ۱۹۶۶ میلادی حل دقیق مسئله کاهش مدار حداقل انرژی را برای ارتفاع و زاویه مسیر مشخص در لحظه ورود به جو محسوس ارائه داده است [۲].

در سال ۲۰۱۰ میلادی بلیدوین به مسئله هدایت بهینه فضاپیما در فاز کاهش مدار پرداخت. برای این منظور کنترلی بهینه از نظر سوخت مصرفی بر اساس مدل کاول و با فرض مشخص بودن سرعت و زاویه در لحظه ورود به جو، طراحی کرد [۳].

موسوی در سال ۲۰۱۲ یکی از روش‌های ممکن برای بازگشت به جو یعنی بازگشت بالستیک را مورد بررسی قرار داد. در آن تحقیق با توجه به شرایط ورود به جو مانورهای کاهش مداری برای انتقال فضاپیما از مدار زمین پایین تا سطح ورود به جو اعمال شده و مقادیر بودجه تغییر سرعت مورد نیاز برای هر کدام از مانورها محاسبه شده است. همچنین مقادیر سوخت مورد نیاز برای چهار نوع سیستم پیشران رایج بدست آمد [۴].

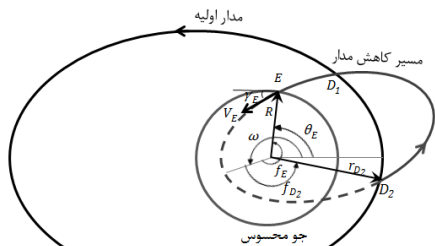
نهرنزی و همکاران در سال ۲۰۱۲ با انجام تحلیل مونت کارلو بر روی فاز کاهش مدار یک فضاپیما، عدم قطعیت‌های سرعت، زاویه و مکان ورود به جو را که ناشی از خطا در سیستم کنترل سمت و هدایت فضاپیما است، بدست آوردند. سپس با استفاده از این عدم قطعیت‌ها و انجام تحلیل مونت کارلو بر روی مسیر فضاپیما در داخل جو، تخمینی از نقطه فرود، حداکثر شتاب کاهشی و بار حرارتی وارده به فضاپیما را بدست آوردند [۵].

باقری در سال ۲۰۱۳ با استفاده از تئوری کنترل بهینه و معادلات مداری حاکم بر فضاپیما، بردار نیروی پیشران بهینه در خلال مرحله ترمزگیری را بدست آورد. تمرکز اصلی آن تحقیق؛ کنترل سمت فضاپیما قبل از مرحله ترمزگیری و همچنین در هنگام کاهش مدار بوده است. برای این منظور کنترلر تطبیقی سه محوره بر اساس معیار پایداری لیاپانوف طراحی و پایداری آن اثبات شد [۶].

راستای بردار مکان فضاپیما، محور t عمود بر R در جهت سرعت فضاپیما و محور n تکمیل کننده دستگاه مختصات متعامد راست گرد است.

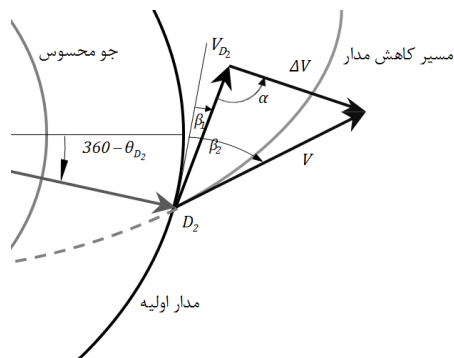
طراحی مسیر کاهش مدار

فضاپیما پس از اتمام ماموریتش در مدار، جهت بازیابی و فرود بر روی سطح زمین، از طریق مانور کاهش مدار به جو محسوس باز خواهد گشت. مطابق شکل ۲ در مانور کاهش مدار، فضاپیما از طریق مسیر کاهش مدار از نقطه D (D_1 یا D_2) به نقطه E (نقطه ورود به جو محسوس و پایان مانور کاهش مدار) منتقل می‌شود. در انتهای این مانور، فضاپیما با سرعت V_E و زاویه مسیر پرواز γ_E (زاویه بین راستای سرعت فضاپیما و راستای عمود بر بردار مکان) وارد جو محسوس می‌شود که به منظور جلوگیری از سوختن فضاپیما در جو و همچنین جلوگیری از فرار آن از جو، این سرعت و زاویه باید در محدوده مجاز قرار داشته باشند



شکل ۲. بازگشت فضاپیما از مدار اولیه به جو محسوس

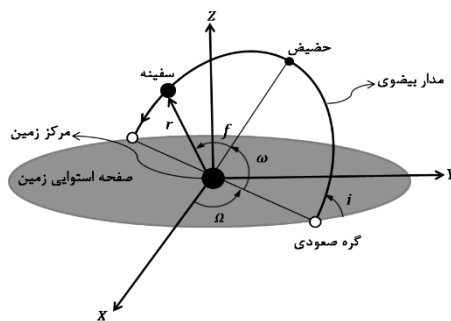
به منظور انتقال فضاپیما از مدار اولیه به مسیر کاهش مدار، با توجه به شکل ۳، در نقطه D_2 (یا D_1) که نقطه کاهش مدار نامیده می‌شود، بردار تغییر سرعت ΔV به فضاپیما وارد می‌شود به طوری که سرعت آن را از V_{D_2} (یا V_{D_1}) به V تغییر می‌دهد و در نهایت فضاپیما در مسیر کاهش مدار قرار می‌گیرد.



شکل ۳. نقطه آغاز مانور کاهش مدار (D_2) و بردار تغییر سرعت متناظر

زمان تغییر می‌کند اما در صورت اعمال نیرو به فضاپیما تغییرات المان‌های کلاسیک مداری با رابطه (۳) بیان می‌شود [۹].

$$\dot{\alpha} = H(\alpha) + F(\alpha)u_{Rtn} \quad (3)$$



شکل ۱. نمایش دستگاه مختصات اینرسی و المان‌های کلاسیک مداری

به طوریکه α به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود.

$$\alpha = [\Omega \quad i \quad \omega \quad a \quad e \quad f]^T \quad (4)$$

ماتریس‌های $H(\alpha)$ و $F(\alpha)$ به ترتیب توسط روابط (۵) و (۶) مشخص می‌شوند.

$$H(\alpha) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad h/r^2]^T \quad (5)$$

$$F(\alpha) = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} 0 & 0 & r \sin \theta / \sin i \\ 0 & 0 & r \cos \theta \\ (-p \cos f)/e & ([p+r] \sin f)/e & -r \sin \theta \cot i \\ 2a^2 e \sin f & 2a^2 p/r & 0 \\ p \sin f & (p+r) \cos f + re & 0 \\ (p \cos f)/e & -(p+r) \sin f/e & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

در روابط بالا، p یک پارامتر هندسی مدار، h اندازه مومنتم زاویه‌ای واحد جرم فضاپیما و r فاصله فضاپیما تا مرکز زمین ($\|r\|$) است که به ترتیب توسط روابط (۷)، (۸) و (۹) تعیین می‌شوند. همچنین θ از رابطه (۱۰) بدست می‌آید.

$$p = a(1 - e^2) \quad (7)$$

$$h = \sqrt{\mu p} \quad (8)$$

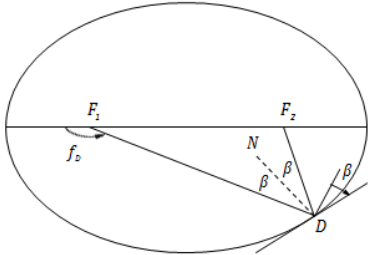
$$\|r\| = \frac{p}{1 + e \cos f} \quad (9)$$

$$\theta = \omega + f \quad (10)$$

در رابطه (۳)، بردار شتاب اعمالی به فضاپیما از طرف سیستم پیشران است که مولفه‌های آن (u_n, u_t, u_R) در دستگاه مختصات مرجع مداری بیان می‌شوند. مرکز دستگاه مختصات مرجع مداری منطبق بر مرکز جرم فضاپیما و محور R آن در

1.Semi-Latus Rectum

در رابطه (۱۹)، $\|r_D\|$ فاصله مرکز زمین تا نقطه D است که توسط رابطه (۹) تعیین می‌شود. به طور مشابه می‌توان $\|V\|$ را محاسبه نمود. β_1 و β_2 زوایای مسیر پرواز هستند که برای محاسبه آنها ابتدا به دو خاصیت هندسی بیضی اشاره می‌شود. با در نظر گرفتن F_1 و F_2 به عنوان دو کانون بیضی شکل ۴ و همچنین D به عنوان نقطه‌ای بر روی بیضی، روابط (۲۰) و (۲۱) صادق خواهد بود.



شکل ۴. استفاده از خواص بیضی برای تعیین زاویه مسیر پرواز

$$F_1D + F_2D = 2a \quad (20)$$

$$F_1F_2 = 2ae \quad (21)$$

اگر DN عمود بر بیضی در نقطه D باشد، آنگاه DN نیم‌ساز زاویه F_1DF_2 هم خواهد بود [۱۲]. با استفاده از قانون سینوس‌ها در مثلث F_1DF_2 رابطه (۲۲) بدست می‌آید.

$$\frac{F_1F_2}{\sin 2\beta} = \frac{F_2D}{\sin f_D} = \frac{F_1D}{\sin(f_D - 2\beta)} \quad (22)$$

با حل رابطه (۲۲) برحسب β و در نظر گرفتن روابط (۲۰) و (۲۱) زاویه مسیر پرواز بدست می‌آید و در نهایت می‌توان با استفاده از رابطه (۲۳) که از قانون سینوس‌ها در شکل ۳ بدست آمده‌است، جهت بردار تغییر سرعت (α) را بدست آورد.

$$\alpha = \sin^{-1} \left[\frac{\|V\|}{\|\Delta V\|} \sin(\beta_2 - \beta_1) \right] \quad (23)$$

در عمل به دلیل امکان وجود خطا در اندازه، جهت و زمان اعمال بردار تغییر سرعت، تحقق بردار تغییر سرعت مطلوب امکانپذیر نبوده و در نتیجه فضاییما از مسیر مطلوب کاهش مدار منحرف می‌شود و در مکانی متفاوت با مکان مورد نظر وارد جو می‌شود. همچنین در این حالت ممکن است سرعت و زاویه مسیر پرواز در لحظه ورود به جو در محدوده مجاز قرار نداشته باشند و این امر باعث سوختن فضاییما در جو و یا فرار آن از جو و در نهایت شکست مأموریت شود. برای جلوگیری از این موضوع مسیر کاهش مدار باید به طور پیوسته تحت کنترل باشد. در بخش بعدی به منظور جبران انحراف ناشی از خطای بردار تغییر سرعت و هدایت

با دانستن مقادیر مطلوب برای $\|V_E\|$ ، γ_E و موقعیت ورود به جو (R, θ_E) نشان داده شده در شکل ۲) می‌توان مسیر کاهش مدار منحصر بفردی را تعیین کرد که نیم محور اصلی و خروج از مرکزیت آن به ترتیب توسط روابط (۱۱) و (۱۲) بدست می‌آیند [۱۰].

$$a = \frac{\mu}{2 \left[\frac{\mu}{R} - \frac{\|V_E\|^2}{2} \right]} \quad (11)$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{(R\|V_E\| \cos \gamma_E)^2}{\mu a}} \quad (12)$$

زاویه حضیض مسیر کاهش مدار (ω)، نشان داده شده در شکل ۲) از رابطه (۱۳) تعیین می‌شود.

$$\omega = 360 - f_E + \theta_E \quad (13)$$

آنومالی حقیقی نقطه E بر روی مسیر کاهش مدار (f_E)، نشان داده شده در شکل ۲)، از رابطه (۱۴) بدست می‌آید [۱۱].

$$\tan f_E = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin \psi_E}{\cos \psi_E - e} \quad (14)$$

در رابطه (۱۴)، ψ_E آنومالی خارجی نقطه E نام دارد که توسط روابط (۱۵) و (۱۶) محاسبه می‌شود.

$$\cos \psi_E = \frac{a - R}{ae} \quad (15)$$

$$\sin \psi_E = \frac{-R\|V_E\| \sin \gamma_E}{e\sqrt{\mu a}} \quad (16)$$

به منظور تعیین محل تقاطع مدار اولیه و مسیر کاهش مدار (نقاط D_1 و D_2) از رابطه (۱۷) استفاده می‌شود؛ در واقع با حل رابطه (۱۷) برحسب θ_D نقاط تقاطع بدست می‌آیند.

$$\frac{a_i(1 - e_i^2)}{1 + e_i \cos \theta_D} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta_D - \omega)} \quad (17)$$

در رابطه (۱۷)، a_i و e_i به ترتیب نیم محور اصلی و خروج از مرکزیت مدار اولیه هستند همچنین لازم به ذکر است المان‌های مداری مربوط به مسیر کاهش مدار (a ، e ، ω) توسط روابط (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) تعیین می‌شود.

اندازه بردار تغییر سرعت $\|\Delta V\|$ مورد نیاز برای انتقال به مسیر کاهش مدار مطابق با رابطه (۱۸) تعیین می‌شود.

$$\|\Delta V\| = \sqrt{\|V_D\|^2 + \|V\|^2 - 2\|V_D\| \cdot \|V\| \cos(\beta_2 - \beta_1)} \quad (18)$$

برای تعیین $\|V_D\|$ می‌توان از رابطه (۱۹) استفاده کرد [۱۰].

$$\|V_D\|^2 = 2\mu \left(\frac{1}{\|r_D\|} - \frac{1}{2a_i} \right) \quad (19)$$

استفاده از قانون کنترل با استفاده از روش خطی‌سازی پس‌خوراند می‌باشد زیرا غیرخطی‌های سیستم حذف شده و دینامیک دلخواه حاصل می‌شود. قانون کنترل (u_c) در این مقاله که از لحاظ ساختاری جدید بوده و مبتنی بر روش پس‌خوراند غیر خطی است به صورت رابطه (۲۸) بیان می‌شود.

$$u_c = \left(\ddot{r}_d + \frac{\mu}{\|r\|^3} r - u_d \right) + (-2k\dot{x} - k^2x) \quad (28)$$

در رابطه (۲۸) عبارات داخل پرانتز اول در قانون کنترل، وظیفه حذف عبارات غیرخطی رابطه (۲۷) را بر عهده دارند و عبارات داخل پرانتز دوم به منظور اعمال دینامیک دلخواه (همگرایی نمایی خطا به صفر با میرایی بحرانی) به سیستم حلقه بسته، در نظر گرفته شده‌اند. در رابطه (۲۸)، ماتریس k ، ماتریس بهره و قطری از مرتبه 3×3 است که در این مقاله با لحاظ محدودیت‌هایی همچون ظرفیت تراستر، سرعت پاسخ و سایر مشخصه‌های سیستم کنترلی و با آزمون و خطا بدست آمده است. جایگذاری رابطه (۲۸) در رابطه (۲۷) منجر به دینامیک خطای حلقه بسته به صورت رابطه (۲۹) می‌شود که همگرایی نمایی x به صفر با میرایی بحرانی را به همراه دارد.

$$\ddot{x} + 2k\dot{x} + k^2x = 0 \quad (29)$$

برای پیاده‌سازی قانون کنترل بیان شده در رابطه (۲۸)، لازم است که بردار مکان مطلوب فضاییما و مشتقات آن را داشته باشیم. با توجه به آنچه که در بخش ۳ بیان شد، محاسبه المان‌های مداری مطلوب ($e_d \ a_d \ f_d \ \omega_d \ i_d \ \Omega_d$) از طریق مشخص بودن شرایط مورد نظر برای ورود به جو، امکانپذیر است. در ادامه نحوه بدست آوردن بردار مکان فضاییما از روی المانهای مداری توضیح داده می‌شود.

برای انتقال از دستگاه مختصات مرجع مداری به دستگاه مختصات اینرسی به سه دوران متوالی با ترتیب ۳-۱-۳ و با زوایای $(\omega + f)$ ، i ، $-\Omega$ نیاز است بنابراین ماتریس دوران بین این دو دستگاه مختصات (T) در رابطه (۳۰) بیان شده است [۹].

$$T = \begin{bmatrix} C\Omega & -S\Omega & 0 \\ S\Omega & C\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & Ci & -Si \\ 0 & Si & Ci \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C(\omega+f) & -S(\omega+f) & 0 \\ S(\omega+f) & C(\omega+f) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

در رابطه (۳۰)، C * و S * به ترتیب مخفف \cos * و \sin * هستند. با معرفی \bar{r}_d به عنوان بردار مکان مطلوب فضاییما در دستگاه مختصات مرجع مداری، بردار مکان مطلوب فضاییما در دستگاه مختصات اینرسی مطابق رابطه (۳۱) بدست می‌آید.

$$r_d = T_d \bar{r}_d \quad (31)$$

به طوری که \bar{r}_d از رابطه (۳۲) و T_d از جایگذاری $\omega_d \ i_d \ \Omega_d$ در رابطه (۳۰) بدست می‌آید.

$$\bar{r}_d = \begin{bmatrix} \|r_d\| \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

فضاییما در مسیر مطلوب کاهش مدار، یک کنترلر تراست پیوسته با استفاده از روش پس‌خوراند طراحی می‌شود.

طراحی کنترلر

بعد از اعمال بردار تغییر سرعت به فضاییما در نقطه کاهش مدار، فضاییما به مسیر واقعی کاهش مدار با المان‌های مداری Ω ، i ، ω ، a و e منتقل می‌شود. با توجه به اینکه معمولاً تغییر سرعت مورد نیاز برای انجام ماموریت در فضاییماهای برگشت پذیر بسیار بزرگ می‌باشد لذا تراستری خاص (معمولاً از نوع سوخت جامد) با مقدار ضربه ویژه مشخص برای اعمال ضربه اولیه جهت خروج فضاییما از مدار کاری و آغاز مانور کاهش مدار استفاده می‌شود که این تراست باید در مدت زمان بسیار کوتاه (کمتر از ۲۲ ثانیه) به فضاییما وارد شود. اما پس از این مرحله و در ادامه ی مانور کاهش مدار، به منظور انجام تصحیح مسیر فضاییما نیاز به تراسترهای کنترل پذیری همچون هیدرازین می‌باشد که تا حدودی قابلیت تامین ضربه پیوسته دارا می‌باشند. در این بخش هدف طراحی کنترلی برای انتقال فضاییما از مسیر واقعی کاهش مدار به مسیر مطلوب کاهش مدار با المان‌های مداری $\Omega_d \ i_d \ \omega_d \ a_d \ e_d$ می‌باشد.

از آنجا که المانهای مداری مقادیر ثابتی دارند (چون بردار سرعت و مکان ورود به جو مشخص و مدار ثابت است) لذا نوع کنترلر در این مقاله از نوع پایدار ساز (رگولاتور) می‌باشد و مسیر تنظیم المانهای مداری از مقادیر واقعی به مقادیر مطلوب مهم نیست. برای طراحی کنترلر می‌توان به طور مستقیم از رابطه (۳) به عنوان دستگاه استفاده کرد اما همانطور که ظاهر رابطه (۳) نشان می‌دهد طراحی و پیاده‌سازی کنترلر مبتنی بر این دستگاه بسیار مشکل است. برای حل این مشکل می‌توان از رابطه (۲) به عنوان دستگاه برای طراحی کنترلر استفاده کرد. به منظور طراحی کنترلر از روش خطی‌سازی پس‌خوراند که یکی از روش‌های طراحی کنترلرهای غیرخطی است [۱۳]، استفاده می‌شود. با تعریف r_d به عنوان بردار مکان مطلوب فضاییما در هر لحظه و x به عنوان بردار خطای مکان

فضاییما خواهیم داشت

$$x = r - r_d \quad (24)$$

$$\dot{x} = \dot{r} - \dot{r}_d \quad (25)$$

$$\ddot{x} = \ddot{r} - \ddot{r}_d \quad (26)$$

با جایگذاری رابطه (۲۶) در رابطه (۲)، رابطه (۲۷) بدست می‌آید. این رابطه معرف دینامیک خطای حلقه باز است.

$$\ddot{x} + \ddot{r}_d + \frac{\mu}{\|r\|^3} r = u_c + u_d \quad (27)$$

همانگونه که رابطه (۲۷) نشان می‌دهد رفتار سیستم غیر خطی، یکی از روش‌های کنترلی مناسب در مهندسی فضایی،

شبیه سازی

به منظور ارزیابی عملکرد کنترلر طراحی شده در بخش قبل (رابطه (۲۸))، کاهش مدار فضاپیما در نرم افزار متلب شبیه سازی می شود. مدار اولیه فضاپیما یک مدار ارتفاع پایین زمینی است که مشخصات آن در جدول ۱ ذکر شده است. با توجه به مشخصات فیزیکی فضاپیما مقادیر سرعت و زاویه ورود به جو به ترتیب به صورت $\|V_E\| = 7/8 \frac{\text{km}}{\text{sec}}$ و $\gamma_E = 2^\circ$ در نظر گرفته می شوند. موقعیت ورود به جو عبارت است از $\theta_E = 60^\circ$ و $R = 6371 + 120 \text{ km}$. لازم به ذکر است که این مقاله یکی از دستاوردهای فعالیت در یک طرح کلان ملی می باشد که در دانشگاه صنعتی امیرکبیر در حال انجام است. لذا مقادیر پارامترهای سیستمی از جمله مدار اولیه، سرعت و زاویه مسیر پرواز ورود به جو و سایر قیود فنی که در مقاله ذکر شده اند با همکاری تیم های فعال در آن پروژه حاصل شده و مقادیر واقعی مورد نیاز هستند.

با استفاده از روابط (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) مشخصات مسیر مطلوب کاهش مدار تعیین می شود. این مشخصات در جدول ۲ ذکر شده است.

موقعیت نقطه کاهش مدار (D_1) به صورت $\theta_{D_1} = 12/6^\circ$ بدست می آید و بردار تغییر سرعت ایده آل عبارت است از:

$$\alpha = 44/2^\circ \text{ و } \|\Delta V\| = 177/2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

فرض می شود اندازه بردار تغییر سرعت با -20% خطا نسبت به اندازه ایده آل و جهت آن با $+10\%$ خطا نسبت به جهت ایده آل، به فضاپیما وارد می شود. در این حالت فضاپیما به مسیر کاهش مداری با مشخصات ذکر شده در جدول ۳ منتقل می شود و در صورت اعمال نشدن قانون کنترل، فضاپیما در مکانی 1070 کیلومتر دورتر از نقطه مورد نظر و با $\|V_E\| = 7/83 \frac{\text{km}}{\text{sec}}$ و $\gamma_E = 1/58^\circ$ وارد جو می شود. به منظور صفر کردن خطای ما بین مقادیر جداول ۲ و ۳ لازم است قانون کنترل طراحی شده در بخش قبل اعمال شود. بدین منظور ماتریس بهره کنترلر به صورت زیر انتخاب می شود.

$$k = \begin{bmatrix} 0.0175 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0175 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0175 \end{bmatrix}$$

با توجه به اینکه مدار اولیه فضاپیما، یک مدار ارتفاع پایین است، اغتشاشات غالب، پسای اتمسفر و پخی زمین خواهد بود [۱۴]، اما به علت کوتاه بودن مدت زمان مانور کاهش مدار (تقریباً 706 ثانیه) و رقیق بودن جو تا قبل از ارتفاع 120 کیلومتر، اغتشاشات مذکور تأثیر بسیار اندکی بر روی مسیر حرکت فضاپیما گذاشته به طوری که می توان با دقت بسیار خوبی از آنها صرف نظر کرد.

لازم به ذکر است، تغییرات f_d مطابق رابطه (۳۳) خواهد بود [۹].

$$\dot{f}_d = \frac{h_d}{\|r_d\|^2} \quad (33)$$

برای محاسبه h_d و $\|r_d\|$ به ترتیب می توان از روابط (۸) و (۹) کمک گرفت. بردار سرعت و شتاب مطلوب فضاپیما در دستگاه مختصات مرجع مداری به ترتیب از روابط (۳۴) و (۳۵) حاصل می شوند.

$$\dot{r}_d = \dot{f}_d \frac{d\bar{r}_d}{df_d} + \dot{f}_d^* \bar{r}_d = \begin{bmatrix} h_d e_a \sin f_d / p_d \\ h_d / \|r_d\| \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\ddot{r}_d = \dot{f}_d \frac{d\dot{\bar{r}}_d}{df_d} + \dot{f}_d^* \dot{\bar{r}}_d = \frac{-h_d^2}{p_d \|r_d\|^2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

در روابط (۳۴) و (۳۵)، ترم های $\dot{f}_d^* \dot{\bar{r}}_d$ و $\dot{f}_d^* \bar{r}_d$ ناشی از دوران دستگاه مختصات مرجع مداری حول محور n با سرعت \dot{f}_d است و ماتریس \dot{f}_d^* مطابق رابطه (۳۶) بیان می شود.

$$\dot{f}_d^* = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{f}_d & 0 \\ \dot{f}_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

در نهایت بردار سرعت و شتاب مطلوب فضاپیما در دستگاه مختصات اینرسی به ترتیب توسط روابط (۳۷) و (۳۸) بدست می آید.

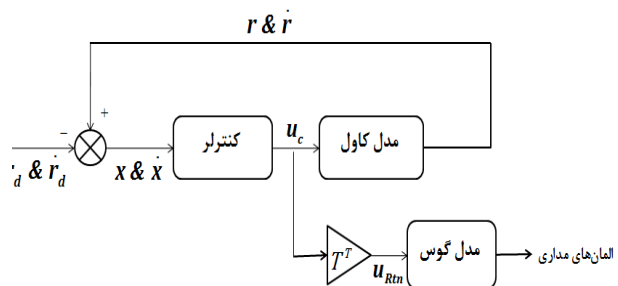
$$\dot{r}_d = T_d \dot{\bar{r}}_d \quad (37)$$

$$\ddot{r}_d = T_d \ddot{\bar{r}}_d \quad (38)$$

برای بررسی رفتار المان های مداری در سیستم حلقه بسته لازم است u_{Rtn} محاسبه شود، برای این منظور می توان از رابطه (۳۹) استفاده کرد.

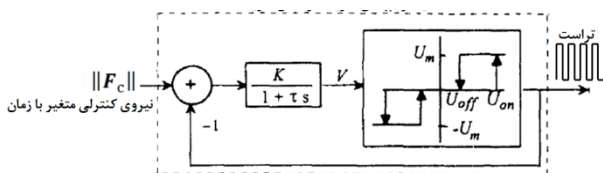
$$u_{Rtn} = T^T u_c \quad (39)$$

بلوک دیاگرام سیستم کنترلی به طور خلاصه در شکل ۵ ارائه شده است.



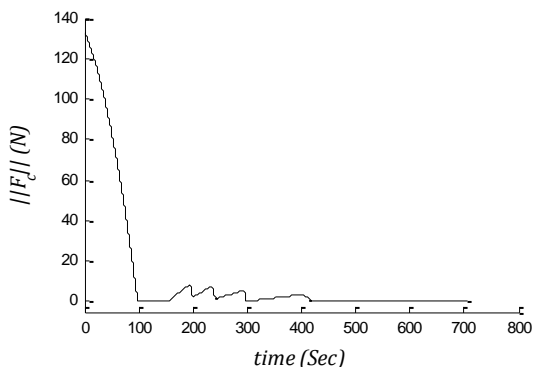
شکل ۵. بلوک دیاگرام سیستم کنترلی

تراسترهای موجود و الزامات مهندسی، پارامترهای مدولاتور براساس داده های موجود به صورت $U_m = 50N$ (ظرفیت تراستر)، $U_{on} = 20N$ (حداقل مقدار برای روشن شدن تراستر)، $U_{off} = 2N$ (بیشترین مقدار برای خاموش ماندن تراستر)، $\tau = 320$ (ثابت زمانی مدولاتور)، $k = 330/14$ (گین ثابت مدولاتور) انتخاب می شوند.

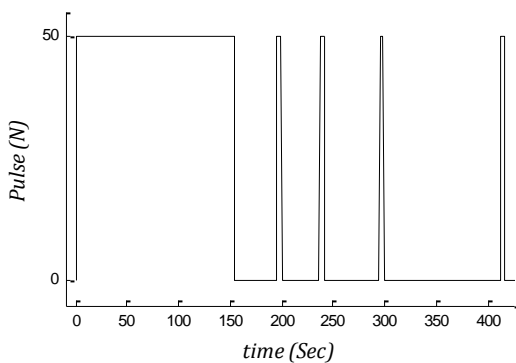


شکل ۶. شماتیکی از عملکرد مدولاتور پهنای پالس-پهنای فرکانس [۱۰]

در ادامه نتایج شبیه سازی در شکل های ۷ تا ۹ ارائه می شود. در شکل ۷ نیروی تولیدی توسط کنترلر برای تصحیح مسیر فضاپیمایی با جرم اولیه ۱۰۰ کیلوگرم در مانور تقلیل مدار نمایش داده شده است و در شکل ۸ این نیرو توسط مدولاتور به صورت پالسی در آمده است. شکل ۹ خطای المانهای مداری ناشی از این کنترلر را نشان می دهد.



شکل ۷. اندازه نیروی تولید شده توسط کنترلر خطی ساز پسخوراند برای فضاپیمایی با جرم اولیه ۱۰۰ کیلوگرم



شکل ۸. نیروی پالسی تولید شده توسط تراستر؛ پهنای پالسها به ترتیب ۱۵۲/۸، ۴، ۳/۸ و ۳/۶ ثانیه

جدول ۱. مشخصات مدار اولیه

عنوان	مدار اولیه				
	Ω	i	ω	a	e
پارامترهای مداری					
مقدار	0°	$55/5^\circ$	0°	۶۶۳۹ km	.

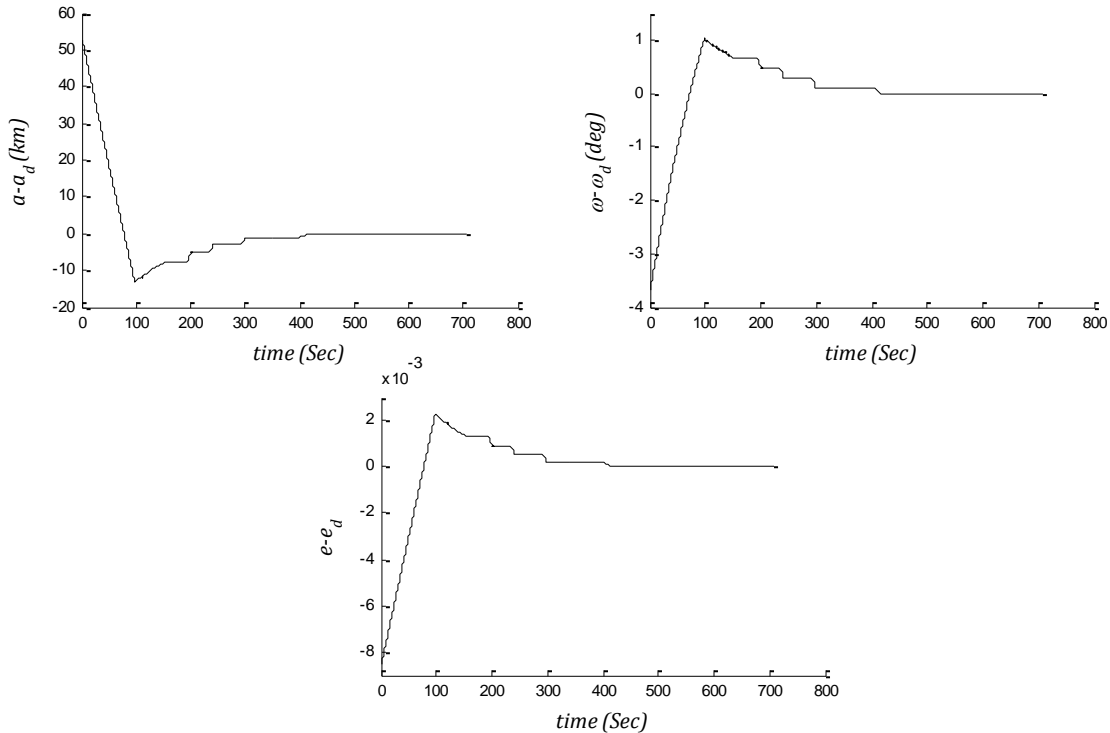
جدول ۲. مشخصات مسیر مطلوب کاهش مدار

عنوان	مسیر مطلوب کاهش مدار				
	Ω	i	ω	a	e
پارامترهای مداری					
مقدار	0°	$55/5^\circ$	$166/18^\circ$	۶۴۳۱/۵ km	۰/۰۳۶۱

جدول ۳. مشخصات مسیر واقعی کاهش مدار در اثر وجود خطا در بردار تغییر سرعت بدون اعمال کنترلر

عنوان	مسیر واقعی کاهش مدار بدون اعمال کنترلر				
	Ω	i	ω	a	e
پارامترهای مداری					
مقدار	0°	$55/5^\circ$	$163/1^\circ$	۶۴۸۴/۳ km	۰/۰۲۷۶

نتایج شبیه سازی از لحظه آغاز مانور کاهش مدار تا لحظه رسیدن به جو در شکل های ۶ و ۷ نمایش داده شده است. در شکل ۶ خطای بین المانهای مداری مسیر مطلوب کاهش مدار و واقعی در طول زمان نشان داده شده است. همانطور که مشخص است قبل از رسیدن فضاپیما به جو و پس از گذشت ۳۵۰ ثانیه از آغاز مانور کاهش مدار، اختلاف بین المانهای مداری از بین رفته و فضاپیما در مسیر مطلوب قرار می گیرد. لازم به ذکر است، در این شبیه سازی، از آنجایی که خطاهای موجود در بردار تغییر سرعت باعث تغییر صفحه حرکت فضاپیما نمی شوند المانهای Ω و i در طول زمان تغییری نکرده و همواره برابر مقادیر مطلوب خود باقی می ماندند و در نتیجه در طول مدت مانور u_{11} برابر صفر خواهد بود. تغییرات ضربه کل و مولفه های آن با زمان در دستگاه مختصات مرجع مداری در شکل ۷ نمایش داده شده است. تراسترهای عکس العملی قابلیت ایجاد رابطه خطی بین فرمان کنترلی و نیروی خروجی را ندارند. در حقیقت، تراسترها در یک حالت روشن-خاموش (پالسی) فعال می شوند. با اینحال به منظور شبیه سازی رفتار تراسترها در کاربریهای فضایی، نیروی تولیدی آنها را می توان بر اساس روش مشهور اشمیت تریگر که یک مدولاتور پهنای پالس-پهنای فرکانس است، در فاصله بین ضربه ها (فرکانس ضربه ها) مدوله نمود [۱۰]. بنابراین در این مقاله مطابق شکل ۶ برای تبدیل نیروی متغیر با زمان تولید شده توسط کنترلر $(\|F_c\|)$ به نیروی پالسی تولیدی توسط تراستر، از مدولاتور پهنای پالس-پهنای فرکانس استفاده می شود. با در نظر گرفتن ظرفیت



شکل ۹. تغییرات خطای المان‌های مداری با زمان

حسب درصد هستند. لازم به ذکر است در اینجا شرایط اولیه (مدار اولیه) و شرایط ایده‌آل (مسیر مطلوب کاهش مدار، بردار تغییر سرعت ایده‌آل و غیره) همانند آن چیزی است که در بخش ۵ ذکر شد. با معرفی m_i و m_f به ترتیب به عنوان جرم اولیه و نهایی فضاپیما می‌توان جرم سوخت مصرفی (m_p) برای تصحیح مسیر فضاپیما را مطابق رابطه (۴۰) بدست آورد [۱۰].

$$m_p = m_i - m_f = m_i \left[1 - \exp\left(\frac{-S}{gI_{sp}}\right) \right] \quad (40)$$

در رابطه (۴۰)، g شتاب جاذبه گرانشی در سطح زمین و I_{sp} ضربه ویژه سوخت مصرفی نام دارد. با توجه به شکل ۱۰ و با استفاده از رابطه (۴۰)، (جایگذاری s از شکل ۱۰ در رابطه (۴۰))، مقدار جرم مصرفی از سوختی با $I_{sp} = 224s$ جهت تصحیح مسیر یک فضاپیما ۱۰۰ کیلوگرمی در بدترین حالت خطا که VE برابر با $\pm 20\%$ و OE برابر با $\pm 10\%$ می‌باشند، تقریباً $3/8$ کیلوگرم خواهد بود.

همانگونه که از شکل ۹ نمایان است سیستم کنترلی به خوبی توانسته است در مدت زمان ۴۰۰ ثانیه خطای ناشی از اعمال ضربه اول را جبران کرده و مقادیر المانهای مداری مسیر کاهش مدار را به مقدار مطلوب برساند و خطای سیستم کنترلی صفر شود. حداکثر فراجشش مشاهده شده برای المانهای مداری $8/5$ درصد می‌باشد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله به مسئله بازگشت فضاپیما از مدار ارتفاع پایین به جو زمین پرداخته شد. پس از مدل‌سازی مسئله، با توجه به شرایط مد نظر در لحظه ورود به جو، مسیر مطلوب برای انتقال از مدار اولیه به جو، تعیین و سپس کنترلی با استفاده از روش خطی‌سازی پسخوراند به منظور جبران خطاهای احتمالی (خطا در تحقق بردار تغییر سرعت) طراحی و عملکرد آن پس از تولید و بارگذاری مسیر مطلوب کاهش مدار در قانون کنترل، شبیه‌سازی شد.

به منظور بررسی دقیق‌تر رفتار کنترلر حاضر در مواجهه با میزان خطاهای مختلف بردار تغییر سرعت، ضمن معرفی پارامتر s ($s = \int \|F_c\| dt$) به عنوان شاخصی برای عملکرد کنترلر (در واقع این پارامتر نماینده‌ای برای میزان سوخت مصرفی جهت تصحیح مسیر است)، تغییرات این پارامتر به ازای مقادیر مختلف خطا در بردار تغییر سرعت در شکل ۱۰ نمایش داده شده است. OE و VE به ترتیب بیانگر میزان خطا در اندازه و جهت بردار تغییر سرعت بر

Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, pp. 1-13, 2012.

[6] M. Bagheri, Modeling, guidance and control of a spacecraft in de-orbit maneuver, Master Thesis, Department of Mechanical Engineering, AmirKabir University of Technology, Tehran, 2013.

[7] S. Divsalar, M. Kabgarian, R. Nadafi, Deviation analysis of the de-boost impulse in de-orbit maneuver of a spacecraft, in The 22nd Annual International Conference on Mechanical Engineering, Ahvaz, Iran, 2014.

[8] T. M. A. Habib, Global optimum spacecraft orbit control subject to bounded thrust in presence of nonlinear and random disturbances in a low earth orbit, The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Science, Vol. 15, No. 1, pp. 1-8, 6//, 2012.

[9] R. H. Battin, An introduction to the mathematics and methods of astrodynamics, Third ed., pp. 484-489, New York: AIAA, 1987.

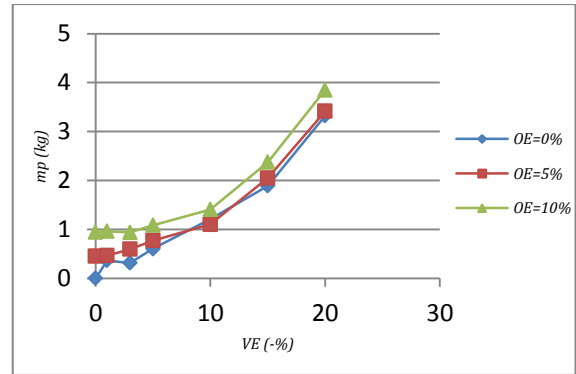
[10] M. J. Sidi, Spacecraft dynamics and control a practical engineering approach, pp. 16-27, USA: Cambridge University Press, 1997.

[11] W. M. Kaula, Theory of satellite geodesy, pp. 25, USA: Blaisdell, 1966.

[12] N. X. Vinh, A. Busemann, R. D. Clup, Hypersonic and planetary entry flight mechanics, pp. 79, USA: The University of Michigan Press, 1980.

[13] J. J. E. Slotine, W. Li, Applied Nonlinear Control, pp. 77-80, New Jersey: Prentice Hall, 1991.

[14] M. M. Tavakoli, N. Assadian, Model predictive orbit control of a low earth orbit satellite using Gauss's variational equations, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, Dec 2013.



شکل ۱۰. تغییرات جرم سوخت مصرفی به ازای مقادیر مختلف خطا در بردار تغییر سرعت

مرجع ها

- [1] J. M. Baker, B. E. Baxter, P. D. Arthur, Optimum Deboost Altitude for Specied Atmospheric Antry Angle, AIAA Journal Technical Notes and Comments, July, 1963.
- [2] B. A. Galman, Minimum Energy Deorbit, Journal of Spacecraft, Vol. 3, No. 7, July, 1966.
- [3] M. Baldwin, Autonomous optimal deorbit guidance, Doctor of Philosophy Thesis, Graduate College, Iowa State University, Ames, Iowa, 2010.
- [4] A. A. Mousavi, Modeling and analysis of a spacecraft's orbit change, Bachelor Thesis, Department of Mechanical Engineering, AmirKabir University of Technology, Tehran, 2012. (In Persian)
- [5] M. Nehrenz, Design and analysis of the deorbit and earth entry trajectories for SPORE, Space Systems Design Lab, Guggenheim School of Aerospace Engineering,

