

## ارائه یک روش تقریب گر فازی مرتبه اول و دوم در تعیین بیشینه خطای موجود در تخمین عمق ترک‌های سطحی قطعات

### فلزی از طریق داده های ACFM

دانیال کانونزیان<sup>۱</sup>، رضا حسن‌زاده پاک‌رضایی<sup>۲</sup>

۱ کارشناسی ارشد برق الکترونیک دیجیتال، گروه مهندسی برق، دانشکده فنی، دانشگاه گیلان  
۲ دانشیار، گروه مهندسی برق، دانشکده فنی، دانشگاه گیلان، hasanzadehpak@guilan.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۴/۷/۱۷ تاریخ پذیرش: ۹۵/۵/۱۰

### چکیده

یکی از مهمترین مسایل مطرح شده در صنعت، تشخیص قطعه معیوب پیش از نتایج مخرب آن است؛ از این رو آزمون‌های غیرمخرب متعددی جهت فائق آمدن به این نیاز پدید آمده اند. علی‌رغم اینکه روش‌های بکار گرفته شده در آزمون‌های غیرمخرب با دقت مناسبی اقدام به تخمین شکل ترک یا خرابی می‌کنند، ولی هیچ یک از روش‌های مذکور قادر به ارائه میزان دقت یا خطای خود در بازیابی شکل ترک نیستند. تعیین کران بالای خطا نه تنها این امکان را مهیا می‌سازد تا بیشینه دقت روش اعلام شود، بلکه به این ترتیب قادر خواهیم بود که میزان حجم محاسبات را بر اساس دقت مورد نیاز تعیین کنیم. بنابراین به دلیل توانایی روش‌های فازی در توصیف مسائل پیچیده با ماهیت تجربی مانند آزمون‌های غیرمخرب، برای دستیابی به هدف اعلام شده در این مقاله، از روش‌های فازی مرتبه اول و دوم برای حل مسئله معکوس تخمین عمق ترک سطحی در قطعات فلزی از طریق داده‌های حاصل از اندازه‌گیری میدان ناشی از جریان متناوب و رفع کاستی‌های مذکور استفاده شده است. در ادامه پس از معرفی روش مذکور، جهت اثبات برتری آن در قیاس با سایر روش‌های رایج و مشخص شدن کاستی‌ها، نتایج شبیه‌سازی‌ها برای اشکال مختلف ترک بصورت تحلیلی و تجربی گردآوری می‌شود.

### کلیدواژه

مسئله معکوس، ارزیابی غیرمخرب، اندازه‌گیری میدان ناشی از جریان متناوب، سیستم فازی.

### مقدمه

جریان متناوب (ACFM) [۵] اشاره کرد. از جمله شباهت‌های دو روش یاد شده، می‌توان به تکیه کردن بر تکنیک‌های الکترومغناطیس و استفاده از جریان متناوب با فرکانس مناسب برای القای لایه نازکی از جریان گردابی در سطح فلز اشاره کرد و از طرفی دیگر، تفاوت آنها در اختلاف روش اندازه‌گیری میدان می‌باشد. در روش جریان گردابی، اطلاعات ترک سطحی، از بررسی تغییرات مقاومت ظاهری هسته القاگر مشتق می‌شوند؛ این در حالی است که روش ACFM از حسگری جداگانه علاوه بر القاگر میدان برای محاسبه میدان ناشی از ترک سطحی استفاده می‌کند [۶ و ۷]. جداسازی القاگر از حسگر در روش ACFM علاوه بر تخفیف اثر بالازدگی<sup>۳</sup> و ساده‌کردن طراحی، مزایایی چون امکان بررسی محدوده وسیعی از توزیع میدان مغناطیسی تولید شده با شکل دلخواهی از القاگر را داراست، که روش مذکور را موردی مطلوب برای بازرسی و تشخیص ترک‌های سطحی خواهد کرد [۸-]

یکی از موارد مهم طرح شده در قطعات فلزی، ایجاد و گسترش ترک‌های ناشی از فرسودگی است. ترک‌های ناشی از فرسودگی، در اثر تنش‌های دوره‌ای بیش از حد توان کششی قطعه مورد نظر ایجاد می‌شوند [۱]. عدم تشخیص ترک‌های ناشی از فرسودگی در قطعات فلزی می‌تواند باعث ناپایداری ساختار و شکستگی آن در هنگام فعالیت و در نتیجه خسارات بعدی شود. با توجه به مورد ذکر شده، تشخیص ترک‌های مورد نظر از مباحث بنیادین و مهم در قطعاتی با ساختار فلزی محسوب می‌شود [۲ و ۳]. به علت آنکه سطح یک قطعه فلزی به نسبت درون آن با تنش بیشتری روبرو است، فرآیند ایجاد ترک‌های ناشی از فرسودگی معمولاً از سطح قطعه آغاز می‌شود. از جمله تکنیک‌های پرکاربرد در آزمون‌های غیرمخرب برای تشخیص ترک‌های سطحی می‌توان به بازرسی جریان گردابی (EC) [۴] و اندازه‌گیری میدان ناشی از

2 Alternating current field measurement  
3 Lift-off

1 Eddy current

ممکن از شبکه مورد نظر انجام شده است [۲]. به علت توانایی سیستم‌های فازی در توصیف مسائل پیچیده و فرموله کردن دانش بشری در مسائلی مانند تخمین عمق خرابی که ماهیت تجربی دارند، قوانین فازی شرطی به شکل گسترده‌ای در زمینه روش‌های تشخیص خرابی بکار گرفته شده‌اند [۳۲ و ۳۳]. در روش‌های فازی، تجربیات یک فرد خبره از طریق منطق فازی در قالب متغیرهای زبانی به منظور تخمین عمق ترک مورد استفاده قرار می‌گیرد [۳۴]. به عنوان مثال، در [۲۷] پس از اعمال فرآیند یادگیری بر پایه منطق فازی و اختصاص ضریب تأثیری کوچکتر از یک برای کلیه ورودی‌ها، نگاشت سلبی<sup>۸</sup> جهت محاسبه عمق محدوده وسیعی از ترک‌های ناشناخته شبهه بیضوی پیشنهاد شده است. روش مورد نظر اگرچه در قیاس با سایر روش‌های رایج عملکرد بهتری داشت، اما به دلیل استفاده از یک نگاشت سلبی برای تعریف کل فضای ورودی-خروجی موجود، از بیشینه دقت ممکن برخوردار نیست.

اگرچه کلیه روش‌های مرور شده تاکنون در زمینه‌های کاربردی خود دقیق و قابل قبول هستند، اما تمامی آنها بدون در نظر گرفتن دقت مورد نیاز و در نتیجه پیچیدگی و هزینه محاسباتی سعی در محاسبه هرچه دقیق‌تر ترک مورد نظر دارند. امکان تعیین بیشینه خطا، علاوه بر مشخص کردن حداکثر دقت روش مورد نظر این ویژگی را فراهم می‌سازد تا هزینه‌های محاسباتی با توجه به دقت مورد نیاز انجام گیرد. بعلاوه از آنجایی که رابطه بین میدان و عمق ترک، رابطه‌ای انتگرالی است و آشفتگی میدان مغناطیسی در هر نقطه‌ای بالای فلز ناشی از تمام نقاط ترک است [۳۳]؛ در بیشتر روش‌های حل مسئله معکوس تخمین عمق ترک، مانند آنچه در [۲۵] و [۲۷] ارائه شده، از کلیه ورودی‌های میدان مغناطیسی برای تخمین خروجی‌های متناظر استفاده می‌شود؛ از آنجایی که تعداد ورودی‌ها معمولاً قابل توجه است، بنابراین این مورد باعث تحمیل محاسبات سنگین و در نتیجه طولانی، در فرآیند تخمین عمق خواهد شد.

در این مقاله، کاستی‌های یادشده به ویژه عدم توانایی در تعیین کران بالای خطای بین خروجی پیش‌بینی شده با عمق حقیقی رفع شده است. برای کاهش حجم محاسبات ابتدا نشان داده می‌شود تخمین عمق ترک بدون استفاده از تمامی نمونه‌های متناظر با ترک، امری میسر بوده و برای تعیین حداکثر خطای محاسبات، یک بانک داده با حجمی قابل قبول و خاصیت تقریب-گری مرتبه اول و دوم سیستم فازی به خدمت گرفته شده است.

ادامه مقاله به این ترتیب ارائه شده است: در بخش دوم به شکلی مختصر به توصیف چگونگی تعیین میدان ناشی از یک ترک دلخواه به کمک روش ACFM پرداخته شده است، در بخش سوم چیدمان

۱۳. اگرچه روش ACFM دارای ویژگی‌های زیادی است، اما کاستی‌هایی چون حساسیت پایین به ترک‌های بزرگ و دشواری در ایجاد میدان یکنواخت، در آن نیز دیده می‌شود [۱۴].

تخمین طول، عمق و شکل ترک‌های سطحی به کمک میدان متناظر آن از جمله موارد مورد توجه در آزمون‌های غیرمخرب به ویژه ACFM است که از آن با نام مسئله معکوس یاد می‌شود. طول ترک می‌تواند به کمک پویشی دو بعدی و اندازه‌گیری میدان‌های خوانده شده توسط حسگر مشخص شود [۱۵ و ۱۶]. تخمین عمق ترک، شاخه‌ای در زمینه مسئله معکوس است که راه‌حل‌های متعددی برای آن ارائه شده است.

راه‌حل‌های ارائه شده برای تخمین عمق ترک به دو شاخه اصلی پدیدارشناختی<sup>۴</sup> و غیرپدیدارشناختی<sup>۵</sup> تقسیم می‌شوند. در روش‌های پدیدارشناختی مانند آنچه که در [۱۷ و ۱۸] ارائه شده است، برای حل مسئله معکوس از یک مدل پیشرو و یک حدس اولیه از شکل عمق ترک برای شبیه‌سازی خروجی حسگر استفاده خواهد شد؛ حدس اولیه در یک فرآیند بازگشتی مانند الگوریتم ژنتیک به شکل مداوم اصلاح می‌شود تا در نهایت خطای خروجی میدان شبیه‌سازی شده توسط مدل پیشرو با خروجی حقیقی دریافت شده به وسیله حسگر، از میزان مشخص شده‌ای کمتر شود.

صرف‌نظر از نتایج قابل قبول روش‌های پدیدارشناختی در تخمین عمق ترک، حجم محاسبات بالای فرآیند بازگشتی، طولانی بودن زمان محاسبه و تصادفی بودن فرآیند آموزش در روش الگوریتم ژنتیک، موجب شده تا در کاربردهای بلادرنگ<sup>۶</sup> مطلوب نباشد [۱۹-۲۴]. از طرفی دیگر روش‌های غیرپدیدارشناختی به کمک تکنیک‌های پردازش سیگنال، اقدام به تخمین عمق خواهند کرد [۲۵ و ۲۶]. از جمله روش‌های پرکاربرد در زیرمجموعه معرفی شده می‌توان به شبکه‌های عصبی<sup>۷</sup> و روش‌های فازی اشاره کرد [۲۷].

در روش شبکه‌های عصبی، مسئله معکوس به یک تابع تقریب از فضای ورودی میدان دریافت‌شده به عمق ترک متناظر با آن تبدیل خواهد شد. ضرایب مجهول تابع مورد نظر، در مرحله‌ای موسوم به آموزش و به کمک بانک داده‌ای از خروجی‌های حسگر و عمق‌های متناظر با آن بدست آمده و فرمول بندی می‌شود [۲۸-۳۱]. اگرچه شبکه‌های عصبی به علت سرعت مناسب، برای پردازش‌های بلادرنگ مناسب هستند، اما محدودیت در بکارگیری برای ترک‌های مشابه مواردی که در مرحله آموزش استفاده شده، احتمال همگرا شدن محلی برای محدودی خاصی از ترک‌ها و وابستگی زیاد به بانک داده، از نقاط ضعف آن محسوب می‌شود. به این منظور، کوشش‌های بسیاری در زمینه بهبود مرحله آموزش به وسیله بانک داده‌ای با حجم منطقی برای دریافت بهترین نتیجه

4 Phenomenological

5 Non-Phenomenological

6 Real time

7 Neural network

8 Affine

## چیدمان حل مسئله

برای تخمین عمق خرابی در نقطه  $(x_s, y_s, z_s)$  به کمک میدان متناظر با آن، می‌توان از یک سیستم فازی که نگاشتی از فضای ورودی  $v_i (i=1, \dots, m)$  به فضای خروجی  $o$  است، استفاده کرد. در یک سیستم برآورد بر پایه منطق فازی، از آنجا که هر یک از ورودی‌های آن می‌توانند  $N_i$  قاعده مستقل داشته باشند، سیستم

فازی طرح شده بر پایه  $\prod_{i=1}^m N_i$  قاعده کلی به شکل زیر تعریف خواهد شد:

$$\text{Rule } i_1 i_2 \dots i_m: \text{ If } v_1 \text{ is } A_1^{i_1} \text{ and } v_2 \text{ is } A_2^{i_2} \text{ and } \dots v_m \text{ is } A_m^{i_m} \text{ and} \\ \text{ then } o \text{ is } B^{i_1 i_2 \dots i_m} \quad (1)$$

که در آن  $A$  و  $B$  به ترتیب توابع عضویت فضای ورودی و خروجی و  $i_j = (1, 2, \dots, N_j)$ ،  $(j=1, \dots, m)$  خواهد بود. با استفاده از یک فازی‌ساز منفرد<sup>۱۰</sup>، نافازی‌کننده متوسط مراکز<sup>۱۱</sup> با هسته حاصل ضرب<sup>۱۲</sup> می‌توان سیستم فازی را به شکل زیر ایجاد کرد:

$$o = \frac{\sum_{i_1=1}^{N_1} \dots \sum_{i_m=1}^{N_m} \bar{y}^{i_1 i_2 \dots i_m} \prod_{j=1}^m \mu_{A_j^{i_j}}(v_j)}{\prod_{j=1}^m \sum_{i_j=1}^{N_j} \mu_{A_j^{i_j}}(v_j)} \quad (2)$$

اگر  $f$  تابعی فرض شود که سیستم فازی سعی در تخمین آن دارد، در رابطه (۲)  $\bar{y}^{i_1 i_2 \dots i_m}$  پاسخ تابع  $f$  به ورودی‌های مراکز توابع عضویت  $B^{i_1 i_2 \dots i_m}$  به شکل زیر خواهد بود:

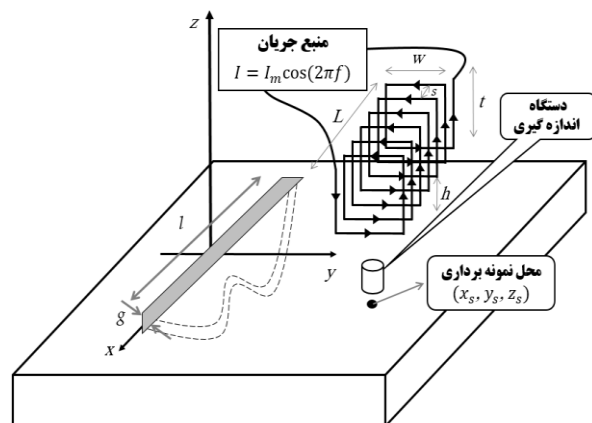
$$\bar{y}^{i_1 i_2 \dots i_m} = f(e_1^{i_1}, e_2^{i_2}, \dots, e_m^{i_m}) \quad (3)$$

که در آن  $e_j^{i_j}$ ،  $(j=1, \dots, m)$  مراکز توابع عضویت  $\mu_{A_j^{i_j}}$  خواهد بود. در سیستم فازی مرتبه اول توابع عضویت شبه ذوزنقه‌ای و در مرتبه دوم مجموعه‌های فازی مثلثی خواهند بود؛ اما در هر دو مورد مجموعه‌های فازی  $A$  در بازه تعریف شده، طبیعی<sup>۱۳</sup>، سازگار<sup>۱۴</sup> و کامل<sup>۱۵</sup> هستند [۳۴]. در شکل ۲، نمونه‌ای از تابع عضویت شبه ذوزنقه‌ای نشان داده شده است.

حل مسئله و در بخش چهارم روش پیشنهادی توضیح داده خواهد شد. نهایتاً نتایج روش پیشنهاد شده در بخش پنجم ارائه می‌گردد.

## روش ACFM

در شکل ۱، نموداری از نحوه عملکرد روش ACFM نمایش داده شده است. سطح فلز مسطح، شبه نامحدود<sup>۱۶</sup> و با ثابت هدایت  $\sigma$  و ثابت تراوایی  $\mu$  فرض شده است. قطعه مطرح شده شامل یک ترک سطحی است که عمق  $(d)$  و طول  $(l)$  آن به ترتیب در محورهای  $X$  و  $Z$  در نظر گرفته شده است. برای ساده‌سازی هرچه بیشتر مسئله، دهانه ترک بسیار کوچکتر از طول و عمق آن فرض گشته و با نماد  $g$  معرفی شده است. با توجه به شکل ۱، پیچگی که حامل جریان متناوب سینوسی با فرکانس مطلوب  $f$  و دامنه  $I_m$  است و وظیفه القای میدان بررسی کننده خرابی را بر عهده دارد. در مورد شکل القاگر الزامی وجود ندارد، اما در پژوهش پیشرو، پیچک به صورت مستطیلی و با ابعاد ارائه شده در شکل ۱، در نظر گرفته شده است. بر اساس قوانین لنز و فارادی، در اثر حضور میدان بررسی کننده، جریانی گردابی شکل باید در سطح فلز ایجاد شود که با میدان به وجود آورنده خود مخالفت کند. میزان عمق نفوذ جریان گردابی در فلز با فرکانس القاگر، ثابت هدایت و ثابت تراوایی سطح رابطه‌ای عکس به شکل  $\delta = 1/\sqrt{\pi f \sigma \mu}$  داشته که در مقایسه با عمق و طول ترک کوچکتر است [۲]. جریان گردابی در تقابل با ترک سطحی دچار آشفتگی شده و این پدیده بر روی میدان بازگشتی که توسط حسگر دریافت می‌شود اثر خواهد گذاشت؛ به این شکل میدان ناشی از ترک در نقطه  $(x_s, y_s, z_s)$  بدست می‌آید [۶].



شکل ۱. چیدمان روش ACFM

- 10 Singleton fuzzifier
- 11 Center average defuzzifier
- 12 Product inference engine
- 13 Normal
- 14 Consistency
- 15 Completeness

9 Semi-infinite

از طرفی  $p$  حداکثر فاصله بین دو مرکز متوالی توابع عضویت است، بعلاوه چیدمان توابع عضویت بگونه‌ای انجام می‌شود که خطای محاسبه  $y^{-i_1 i_2 \dots i_m}$  به حداقل برسد، پس مقدار  $p$  با توجه به دقت و تعداد مورد نیاز توابع عضویت قابل محاسبه است. لذا به کمک رابطه (۸) و در صورت مشخص بودن  $k_1$  کران بالای خطای بین نگاشت حقیقی و سیستم فازی قابل محاسبه خواهد بود.

### سیستم فازی مرتبه دوم

از آنجا که برای دستیابی به دقت بیشتر ممکن است تعداد توابع عضویت و در نتیجه حجم محاسبات افزایش یابد، در سیستم فازی مرتبه دوم سعی بر آن است دسترسی به دقتی مشابه مرتبه اول با توابع عضویت کمتر ممکن شود. لازم به ذکر است که در سیستم یادشده، توابع عضویت باید مثلثی باشند و رابطه (۴) به شکل زیر تغییر خواهد کرد [۳۴]:

$$\varepsilon = \|\hat{f} - f\|_{\infty} \leq \frac{1}{8} \sum_{i=1}^m \left\| \frac{\partial^2 f}{\partial v_i^2} \right\|_{\infty} p_i^2 \quad (9)$$

در صورتی که شرایط مشابهی که در سیستم فازی مرتبه اول برای محاسبه  $k_1$  فرض شده بود برای سیستم فازی مرتبه دوم نیز در نظر گرفته شود، می‌توان کمیت  $k_2$  را به شکل زیر تعریف کرد:

$$k_2 = \left\| \frac{\partial^2 f}{\partial v_1^2} \right\|_{\infty} = \left\| \frac{\partial^2 f}{\partial v_2^2} \right\|_{\infty} = \dots = \left\| \frac{\partial^2 f}{\partial v_m^2} \right\|_{\infty} \quad (10)$$

نهایتاً می‌توان خاصیت تقریب مرتبه دوم سیستم فازی را به کمک (۷)، (۹) و (۱۰) به شکل زیر ساده کرد:

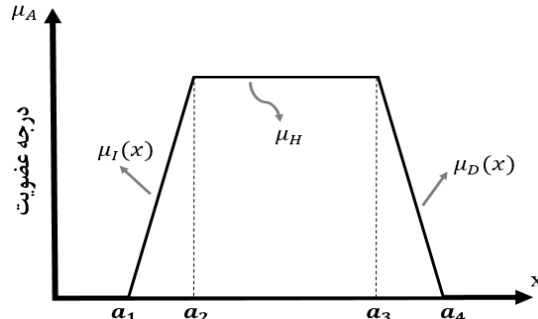
$$\varepsilon \leq \frac{m}{8} p^2 k_2 \quad (11)$$

با توجه به (۱۱)، میزان خطا در تقریب سیستم فازی مرتبه دوم تابعی از  $p^2$  است؛ بنابراین در صورتی که  $p \leq 1$  فرض شود، استفاده از توابع بیشتر در سیستم مرتبه دوم منجر به دستیابی خطای کمتر ولی با توابع عضویت برابر، نسبت به سیستم فازی مرتبه اول خواهد شد. سایر روابط، ما بین سیستم فازی مرتبه اول و دوم مشترک هستند.

### محاسبه پاسخ تابع $f$ در مراکز توابع عضویت

برای محاسبه (۳) به‌ازای کلیه حالات ممکن، می‌توان روش‌های متعددی مانند شبکه عصبی و کمترین مربعات بازگشتی<sup>۱۶</sup> ارائه کرد، که هر کدام دارای مزایا و معایب خاص خود هستند. در ادامه تعدادی از این روش‌ها معرفی خواهند شد.

که در آن  $\mu_I(x)$  و  $\mu_D(x)$  به ترتیب توابع صعودی و نزولی بوده و  $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$  می‌باشد. اگر  $\mu_H = 1$  فرض شود، مجموعه فازی  $\mu_A$ ، طبیعی نامیده می‌شود. در توابع عضویت شبه دوزنقه‌ای اگر  $a_2 = a_3$  باشد، تابع عضویت، مثلثی خواهد بود.



شکل ۲. مثالی از توابع عضویت شبه دوزنقه‌ای

### سیستم فازی مرتبه اول

براساس موارد گفته شده با فرض آنکه  $\alpha_i$  و  $\beta_i$  به ترتیب کمینه و بیشینه مقدار ورودی‌ها باشند، می‌توان خاصیت تقریب مرتبه اول سیستم فازی برای تابع ناشناخته  $f$  که در بازه  $[\alpha_1, \beta_1] \times [\alpha_2, \beta_2] \times \dots \times [\alpha_m, \beta_m]$  پیوسته و مشتق‌پذیر است را به شکل زیر تعریف کرد:

$$\varepsilon = \|\hat{f} - f\|_{\infty} \leq \sum_{i=1}^m \left\| \frac{\partial f}{\partial v_i} \right\|_{\infty} p_i \quad (4)$$

که در آن  $\|u\|_{\infty}$  به معنی بیشینه مقدار تابع دلخواه  $u$  در بازه مشخص شده می‌باشد و  $\hat{f}$  تابعی است که به کمک سیستم فازی سعی شده تا تقریبی از تابع مورد نظر  $f$  باشد. بعلاوه در رابطه (۴)،  $p_i$  به شکل زیر مشخص خواهد شد [۳۴]:

$$p_i = \max_{1 \leq j \leq N_i - 1} |e_i^{j+1} - e_i^j| \quad (5)$$

با فرض آنکه کلیه ورودی‌های  $v_i$  دارای واحد یکسان بوده و مشتق تابع  $f$  نسبت به تمامی آنها برابر باشد، می‌توان کمیت  $k_1$  را به شکل زیر تعریف کرد:

$$k_1 = \left\| \frac{\partial f}{\partial v_1} \right\|_{\infty} = \left\| \frac{\partial f}{\partial v_2} \right\|_{\infty} = \dots = \left\| \frac{\partial f}{\partial v_m} \right\|_{\infty} \quad (6)$$

از طرفی دیگر در رابطه (۵)، اگر توابع عضویت کلیه ورودی‌ها یکسان فرض شود، پس می‌توان نتیجه گرفت که:

$$p = p_1 = p_2 = \dots = p_m \quad (7)$$

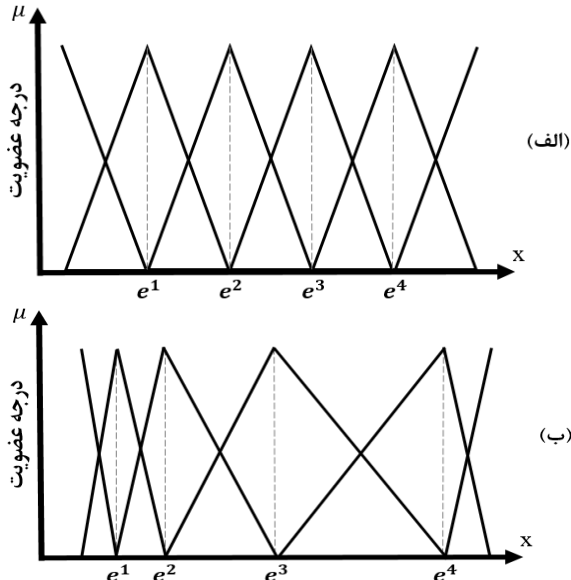
به کمک (۶) و (۷) می‌توان رابطه (۴) را به شکل زیر ساده کرد:

$$\varepsilon \leq m p k_1 \quad (8)$$



### چیدمان توابع عضویت

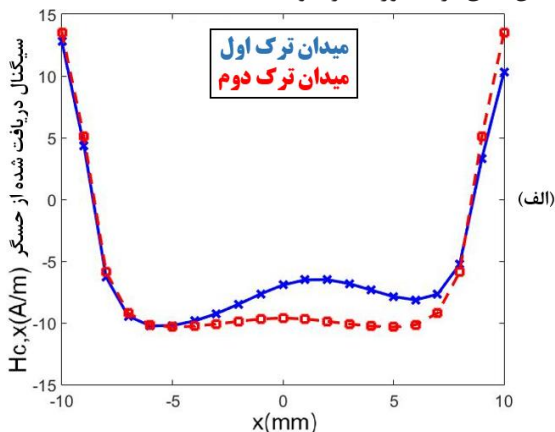
عضویت در چیدمان غیریکنواخت، ابتدا با توجه به مرتبه سیستم فازی و روابط (۸) یا (۱۱)،  $p$  مشخص می‌شود؛ در گام بعد بر اساس  $p$  محاسبه شده، با توجه به بانک داده، چیدمان به شکلی صورت می‌گیرد که در عین دستیابی به کوچکترین  $N_i$ ، بیشترین فاصله بین دو مرکز متوالی از  $p$  فراتر نرود.



شکل ۳. مثالی از (الف) چیدمان یکنواخت توابع عضویت و (ب) چیدمان غیریکنواخت توابع عضویت

### ارائه روش پیشنهادی برای تخمین عمق

در روش پیشنهادی برای حل مساله معکوس تخمین عمق خرابی، از چند نمونه متوالی میدان ACFM حاصل از ترک استفاده می‌شود. دو مثال از سیگنال ACFM حاصل از دو ترک متفاوت در شکل ۴ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۴ می‌توان فرض کرد که در دو ترک غیریکسان با طول برابر و عمق متفاوت، اگر حداقل سه نمونه میدان متوالی متناظرشان برابر باشد، آنگاه عمق نمونه میانی آنها تقریباً برابر خواهد بود. بنابراین در رابطه انتگرالی میدان و عمق ترک، نمونه‌های نزدیکتر میدان متناظر با عمق ترک، بیشترین تأثیر را در تخمین عمق ترک مورد نظر خواهند داشت.



چیدمان مراکز توابع عضویت می‌تواند به دو صورت یکنواخت و غیر یکنواخت انجام شود که مزایا و معایب هر یک در ادامه اعلام خواهد شد.

اگر در مجموعه‌های فازی، مراکز توابع عضویت به شکلی قرار گیرند که فاصله بین تمامی مراکز متوالی، برابر  $p_i$  باشد چیدمان مراکز را یکنواخت می‌نامیم. در این صورت تعداد قواعد موجود برای هر یک از ورودی‌ها می‌تواند از رابطه (۲۳) محاسبه شود:

$$N_i = \frac{\beta_i - \alpha_i}{p_i} + 1, (i=1, \dots, m) \quad (23)$$

بنابراین با فرض برقراری شروط (۶)، (۷)، (۱۰) و ترکیب روابط (۸) و (۱۱) با (۲۳) می‌توان حداقل  $N_i$  مورد نیاز را برای سیستم فازی مرتبه اول و دوم به ترتیب به کمک روابط (۲۴) و (۲۵) محاسبه کرد.

$$N_{\min} = \frac{m(\beta - \alpha)k_1}{\varepsilon_{\max}} + 1 \quad (24)$$

$$N_{\min} = \sqrt{\frac{m(\beta - \alpha)^2}{8 \varepsilon_{\max}}} k_2 + 1 \quad (25)$$

از روابط (۲۴) و (۲۵) اینگونه استنباط می‌شود که در صورت یکنواختی چیدمان مراکز توابع عضویت، می‌توان حداقل تعداد مورد نیاز توابع عضویت را بر اساس بیشینه خطای قابل قبول تعیین نمود. به این شکل می‌توان با توجه به میزان دقت مطلوب، حجم محاسبات سیستم را تعیین کرد. این نوع از چیدمان اگرچه از مزیت تعیین تعداد توابع عضویت بر اساس حداکثر خطا سود می‌برد اما می‌تواند باعث کاهش دقت محاسبه  $\bar{y}^{i_1 i_2 \dots i_m}$  گردد.

از آنجایی که محاسبه  $\bar{y}^{i_1 i_2 \dots i_m}$  به کمک زوج‌های ورودی-خروجی موجود در بانک داده صورت می‌گیرد، اگر ترکیب مراکز بکار رفته به عنوان ورودی در  $\bar{y}^{i_1 i_2 \dots i_m}$  با ورودی‌های موجود در بانک داده تفاوت زیادی داشته باشد، این امر می‌تواند باعث کاهش دقت محاسبه  $\bar{y}^{i_1 i_2 \dots i_m}$  از این رو می‌توان چیدمان مراکز توابع عضویت را به شکلی فرض کرد که تفاوت ترکیب مراکز بکار رفته در ورودی  $\bar{y}^{i_1 i_2 \dots i_m}$  و داده‌های موجود در بانک داده به حداقل رسیده و دقت محاسبه  $\bar{y}^{i_1 i_2 \dots i_m}$  به بیشینه مقدار خود دست یابد؛ در این صورت فاصله بین مراکز متوالی برابر نخواهد بود و چیدمان مراکز توابع عضویت فازی غیریکنواخت نامیده می‌شود. اگرچه چیدمان غیر یکنواخت باعث افزایش دقت سیستم فازی می‌شود، اما از آنجایی که در این نوع از چیدمان رابطه (۲۳) در نتیجه (۲۴) و (۲۵) برقرار نیستند و مراکز توابع عضویت بر اساس بانک داده در مکان خود قرار می‌گیرند، امکان تعیین  $N_{\min}$  بر اساس حداکثر خطای قابل قبول به شکلی مستقیم میسر نخواهد بود. برای تعیین  $N_{\min}$  و مکان مراکز توابع

به کمک قوانین الکترومغناطیس حاکم بر روش ACFM قابل حل است.

**محاسبه کران بالای مشتق‌های مرتبه اول و دوم میدان**

از آنجا که در هوا، خارج از ترک و بالای سطح فلز، میدان مغناطیسی دیورژانس آزاد<sup>۱۸</sup>، پیچش آزاد<sup>۱۹</sup> و جریان هدایتی<sup>۲۰</sup> برابر صفر است و در فرکانس‌های مورد نظر، جریان جابجایی<sup>۲۱</sup> نیز صفر فرض می‌شود، میدان مغناطیسی<sup>۲۲</sup>  $H$  را می‌توان به شکل زیر از پتانسیل عددی مغناطیسی<sup>۲۳</sup>  $\psi$  استخراج کرد [۲۵]:

$$H = -\nabla \psi \quad (26)$$

می‌توان نشان داد که تبدیل فوریه دو بعدی پتانسیل عددی مغناطیسی به شکل زیر قابل محاسبه است [۱۳]:

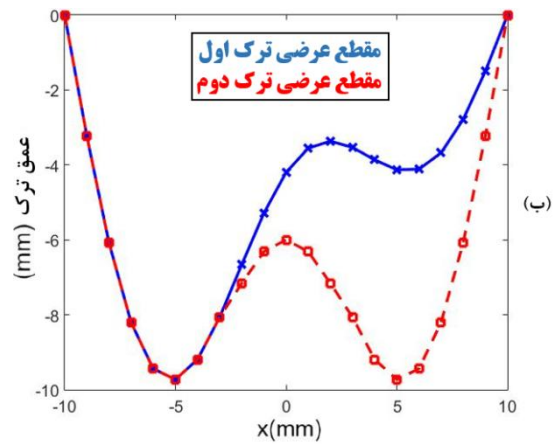
$$\begin{aligned} \tilde{\psi}(\alpha, \beta, z) = & \tilde{\psi}_i(\alpha, \beta, 0)e^{\gamma z} + \left(-\frac{\mu_r}{k}\right)\tilde{\psi}_i(\alpha, \beta, 0)e^{-\gamma z} \\ & + \frac{2\mu_r}{k} + g \tilde{H}_z(\alpha, 0)e^{-\gamma z} \\ & \gamma \left(1 + \frac{\mu_r}{k}\right) \end{aligned} \quad (27)$$

که در آن  $\tilde{\psi}_i$  تبدیل فوریه دو بعدی تابع پتانسیل ناشی از میدان القاگر در غیاب فلز تحت بررسی،  $\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ ،  $K = \sqrt{j\omega\mu_0\mu_r\sigma}$  و در نهایت  $\alpha$  و  $\beta$  به ترتیب متغیرهای تبدیل فوریه متناظر با  $x$  و  $y$  خواهد بود. در رابطه (۲۷) کمیته وابسته به القاگر و  $\tilde{H}_z(\alpha, 0)$  تبدیل فوریه یک بعدی جزء طبیعی<sup>۲۴</sup> میدان مغناطیسی در دهانه ترک است.  $\tilde{H}_z(\alpha, 0)$  از حل معادله لاپلاس و شرایط مرزی حاکم بر خرابی به شکل زیر محاسبه می‌شود [۱۳]:

$$\tilde{H}_z(\alpha, 0) = \frac{-2\alpha \tanh(\alpha t_k) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{\psi}_i(0)}{1 + \frac{\mu_r}{k}} d\beta}{\sqrt{2\pi} + \left(-\frac{2\mu_r}{k} + g\right) \alpha \tanh(\alpha t_k) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\beta}{\gamma \left(1 + \frac{\mu_r}{k}\right)}} \quad (28)$$

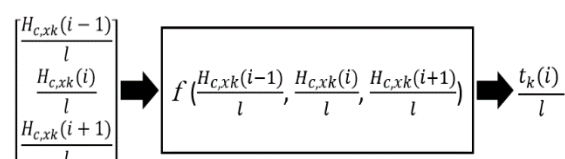
از طرفی می‌توان نشان داد برای یک سیم‌پیچ مستطیلی با ابعاد مشخص شده در شکل ۱،  $\tilde{\psi}_i$  به شکل زیر قابل محاسبه است [۳۷]:

$$\tilde{\psi}_i(0) = -\frac{j \sin\left(\frac{\alpha l}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta w}{2}\right)}{\beta \pi \gamma^2} [e^{-\gamma h} - e^{-\gamma(h+t)}] \quad (29)$$



شکل ۴. الف) سیگنال ACFM دو ترک متفاوت که در چند نقطه میدان برابر دارند. ب) شکل ترک‌های متناظر.

اگر طول ترک و فاصله بین نمونه‌ها بیش از حد کوچک فرض نگردد، از موارد یادشده می‌توان نتیجه گرفت تخمین عمق ترک در یک نقطه از خرابی، حداقل با نمونه میدان متناظر با عمق مورد نظر و نزدیک‌ترین نمونه‌ها به آن امکان‌پذیر است؛ بنابراین می‌توان نگاهی تقریبی مانند شکل ۵ را پیشنهاد نمود.



شکل ۵. تابع  $f$  مورد نظر برای حل مسئله معکوس به همراه ورودی‌ها و خروجی آن

همانگونه که در شکل ۵ مشخص شده است،  $\frac{H_{c, xk}(i-1)}{l}$ ،  $\frac{H_{c, xk}(i)}{l}$  و  $\frac{H_{c, xk}(i+1)}{l}$  سه نمونه متوالی از میدان تقسیم شده بر  $l$  منتسب به ترک  $K$ ام به عنوان ورودی و  $\frac{t_k(i)}{l}$  عمق نمونه میانی سه نمونه نرمالیزه شده نسبت به طول و متناظر با میدان  $H_{c, xk}(i)$  در نقش خروجی برای تابع  $f$  است. با توجه به اینکه تابع  $f$  به شکلی دقیق در دسترس نیست، سیستم تقریب‌گر فازی به عنوان جایگزین ارائه می‌شود. از آنجایی که کلیه ورودی‌ها، میدان تقسیم شده بر طول و هم واحد هستند و توابع عضویت تمامی ورودی‌ها یکسان است، کلیه فرض‌های ارائه شده برای سیستم فازی برقرار بوده و روابط استخراج شده صحیح خواهند بود.

برای استفاده از سیستم‌های فازی معرفی شده نیاز به مشخص بودن کران بالای مشتق‌های مرتبه اول و دوم است که این مساله

- 18 Divergence-free
- 19 Curl-free
- 20 Conductive current
- 21 Displacement current
- 22 Magnetic field
- 23 Scalar magnetic potential
- 24 Normal component

سطح مورد نظر، بلوکی از جنس آلومینیوم با مشخصات  $\mu_r = 1$  و  $\sigma = 3.7 \times 10^7 S/m$  است که القاگر در فاصله  $h = 10mm$  بالای آن نصب می‌گردد. حسگری که به القاگر متصل شده وظیفه نمونه برداری میدان مغناطیسی از ترکی که با دهانه  $g = 0.2mm$  در مختصات  $(x_s, y_s = 0.5mm, z_s = 0.1mm)$  قرار گرفته است را بر عهده دارد. دو مرحله برای ارزیابی الگوریتم پیشنهاد شده اتخاذ شده است. در گام اول، مرحله آموزش بر اساس بانک داده‌ای متشکل از ۳ ترک دوکوهانه متقارن، ۳ ترک تک کوهانه و ۲ ترک دوکوهانه نامتقارن ارائه می‌گردد و در گام دوم، روش ارائه شده تحت شرایط مختلف مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت. به منظور مقایسه روش ارائه شده با دیگر روش‌های موجود در حل مساله معکوس، نتایج سه روش شبکه عصبی MLP<sup>۲۶</sup> [۲]، روش فازی GFAA<sup>۲۷</sup> و EFAA<sup>۲۷</sup> به دلیل دستیابی به بهترین نتیجه در مقایسه با روش‌های ارائه شده‌ی پیش از خود، در کنار روش پیشنهاد شده گزارش می‌شود. لازم به ذکر است که کلیه محاسبات به کمک رایانه‌ای با پردازشگر Intel Core i7 و با فرکانس کاری 2.50 GHz انجام گرفته است. در نهایت اگرچه امکان حضور ترک با ابعاد مختلف در مرحله آموزش و محاسبات وجود دارد، اما در ادامه تنها ترک‌های با طول ۲۰ میلی‌متر برای اثبات برتری روش ارائه شده بکار گرفته شده‌اند.

### بررسی نتایج مرحله آموزش

از آنجایی که تخمین عمق با سه نمونه متوالی میدان امری ثابت شده است، تخمین از طریق نمونه‌های بیشتر نیز ممکن خواهد بود. از طرفی دیگر برای محاسبه  $\bar{y}^{-i}i^2 \dots im$  در مرحله آموزش سه روش شبکه عصبی، RLS و RRLS معرفی شده بود. بنابراین مقایسه زمان مورد نیاز برای تکمیل فرآیند آموزش برای روش پیشنهاد شده این مقاله در دو حالت سه نمونه و پنج نمونه متوالی با  $N_i$  ها و روش‌های آموزش متفاوت در کنار دیگر روش‌های حل مساله معکوس تخمین عمق خرابی در جدول ۱ ارائه شده است. لازم به ذکر است که در صورت وجود چیدمان یکنواخت توابع عضویت و مشخص بودن کران بالای خطا،  $N_i$  می‌تواند با توجه به مرتبه سیستم فازی مطلوب، به کمک روابط (۲۴) یا (۲۵) تعیین شود در غیر این صورت  $N_i$  باید با توجه به  $p$  و بانک داده محاسبه گردد. در نهایت نوع شبکه عصبی بکار رفته برای محاسبه  $\bar{y}^{-i}i^2 \dots im$  در روش ارائه شده از نوع MLP ولی با پیچیدگی کمتر به نسبت نوع ارائه شده در [۲] است.

همانگونه که پیش‌بینی می‌شد، افزایش تعداد توابع عضویت و یا افزایش تعداد نمونه‌های متوالی، منجر به زمان محاسبه بیشتر

از ترکیب روابط (۲۷)، (۲۸) و (۲۹) می‌توان تبدیل فوریه دو بعدی پتانسیل عددی مغناطیسی را محاسبه کرد. برای بدست آوردن  $\psi$  می‌توان از رابطه عکس تبدیل فوریه دو بعدی به شکل زیر استفاده کرد:

$$\psi(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}(\alpha, \beta, z) e^{j(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta \quad (۳۰)$$

در نهایت به کمک روابط (۳۰) و (۲۶)،  $H_x$  قابل محاسبه خواهد بود. اکنون با وجود  $H_x$ ، امکان بدست آوردن مشتق مرتبه اول و دوم آن نسبت به  $t_k$ ، محاسبه نقاط بحرانی<sup>۲۵</sup> و در نتیجه امکان نایل شدن به (۶) و (۱۰) وجود دارد.

در نهایت روش پیشنهاد شده برای شناسایی شکل ترک دلخواه به صورت زیر خلاصه می‌شود:

**گام اول:** مشخص کردن  $m$  (تعداد نمونه‌های متوالی)، مرتبه سیستم فازی و نوع چیدمان توابع عضویت.

**گام دوم:** محاسبه  $k_1$  یا  $k_2$  به کمک روابط (۲۶) الی (۳۰) و با توجه به مرتبه سیستم فازی.

**گام سوم:** انتخاب یکی از مراحل زیر با توجه به نوع چیدمان توابع عضویت پس از مشخص کردن حداکثر خطای قابل قبول:

۱) در صورت انتخاب چیدمان یکنواخت: محاسبه  $N_i$  به کمک یکی از روابط (۲۵) یا (۲۴)، با توجه به مرتبه سیستم فازی.

۲) در صورت انتخاب چیدمان غیر یکنواخت: تعیین  $p$  به کمک روابط (۸) یا (۱۱) و سپس مشخص کردن  $N_i$  با توجه به بانک داده و  $p$  محاسبه شده.

**گام چهارم:** محاسبه  $p$  با توجه به  $N_i$  از طریق رابطه (۵).

**گام پنجم:** محاسبه کران بالای خطا به کمک (۸) یا (۱۱) و با توجه به مرتبه سیستم فازی.

**گام ششم:** محاسبه  $\bar{y}^{-i}i^2 \dots im$  به کمک یکی از سه روش آموزش معرفی شده.

**گام هفتم:** محاسبه عمق و شکل خرابی به کمک رابطه (۲).

### نتایج

در بخش پیشرو، نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهاد شده برای اطمینان از صحت الگوریتم و سنجش دقت آن ارائه گردیده است.

### چیدمان آزمایشگاهی

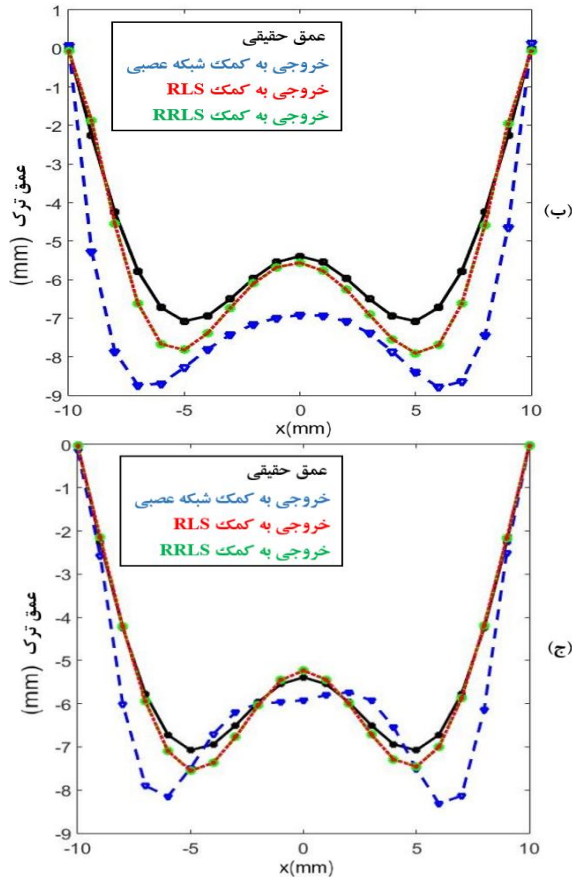
نتایج گزارش شده در این پژوهش بر اساس یک هسته مستطیلی حاوی جریان متناوبی با مشخصات  $fre = 20KHz$  و  $I_m = 1A$  که با توجه به شکل ۱ دارای ابعاد  $L = 10mm$ ،  $w = 44mm$ ،  $t = 42mm$  و  $s = 2.5mm$  است، اعلام خواهند شد.

26 Multilayer perceptron

27 Generalized fuzzy alignment algorithm

28 Extended fuzzy alignment algorithm

25 Extremal point



شکل ۶ الف) میدان یک ترک دوکوهانه متقارن. شکل حقیقی ترک و عمق تخمین زده شده توسط روش پیشنهادی با  $N_i = 5$  (ب) و  $N_i = 11$  (ج)

با توجه به رابطه (۲) افزایش توابع عضویت یا تعداد نمونه‌های متوالی، منجر به حجم بیشتر محاسبات و طولانی شدن فرآیند پردازش خواهد شد، از این رو برای اثبات این ادعا در بخش تخمین عمق جدول ۱، مقایسه طول زمان مورد نیاز برای محاسبه عمق خرابی برای روش پیشنهاد شده و دیگر روش‌های موجود گردآوری شده است.

از آنجا که کلیه حالات  $y^{-i}i^2 \dots im$  قبلا در فرآیند آموزش به شکلی کاملاً مستقل محاسبه شده است، طول زمان و نوع روش محاسبه  $y^{-i}i^2 \dots im$  در زمان محاسبه رابطه (۲) اثری نداشته و زمان گزارش شده در بخش تخمین عمق جدول ۱ تنها برای مرحله محاسبه عمق خرابی است.

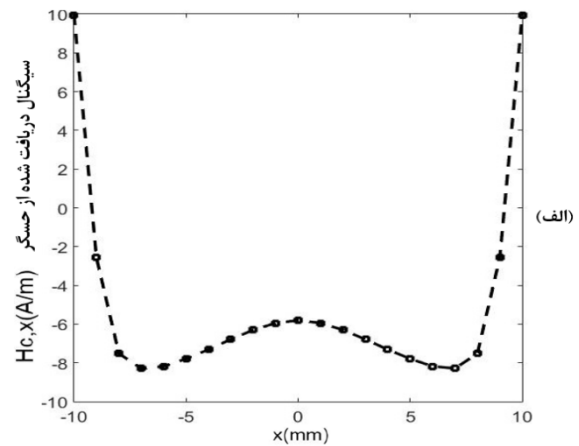
برای بررسی توانایی روش ارائه شده در تعیین بیشینه خطای موجود بین عمق حقیقی خرابی و عمق تخمین زده شده از میدان یک ترک دوکوهانه نامتقارن به عنوان ترک ناشناخته ورودی استفاده شده است. به این منظور نتایج حاصل از شرایط مختلف شبیه‌سازی‌ها در جدول ۲ گردآوری شده است. در بخش چیدمان یکنواخت جدول ۲، ابتدا  $N_i$  مورد نیاز بر اساس حداکثر خطای قابل پذیرش در دو سیستم مرتبه اول و دوم فازی به کمک روابط (۲۴) و (۲۵) محاسبه شد؛ در گام بعد خطای روش براساس  $N_i$

در دو روش  $RLS$  و  $RRLS$  شده است، این موضوع در حالی است که در روش شبکه عصبی تعداد توابع عضویت بر طول مدت آموزش آن اثری نداشته و با حجم بانک داده معرفی شده در زمان قابل قبولی به نسبت دیگر روش‌ها، مرحله آموزش به اتمام رسیده است.

### بررسی نتایج مرحله تخمین شکل خرابی

اکنون با تکمیل فرآیند آموزش می‌توان نتایج حاصل از تخمین عمق خرابی در شرایط مختلف را ارائه کرد. بنابراین در گام اول برای اثبات کافی بودن حداقل سه نمونه متوالی میدان در تخمین عمق خرابی مشابه آنچه در شکل ۵ ارائه گردیده است، نتیجه روش پیشنهاد شده برای یک ترک دوکوهانه متقارن با سه نمونه متوالی به کمک روش‌های آموزش شبکه عصبی،  $RLS$  و  $RRLS$  در دو حالت  $N_i = 11$  و  $N_i = 5$  در شکل ۶ نمایش داده شده است؛ سپس برای بررسی توانایی روش پیشنهاد شده در برابر دیگر روش‌های موجود و شرایط مختلف، نتایج تحلیل‌های عددی گزارش شده‌اند.

همانگونه که شکل ۶ و روابط (۸) یا (۱۱) مشخص می‌کند افزایش توابع عضویت منجر به کاهش  $p$  و خطای روش پیشنهاد شده خواهد شد. از طرفی دیگر شکل ۶ بیان کننده این حقیقت است که شبکه عصبی برای محاسبه  $y^{-i}i^2 \dots im$  با دقتی برابر با  $RLS$  و  $RRLS$  به بانک داده ای با حجم بیشتر نیاز دارد؛ بعلاوه به علت حجم کم بانک داده و توزیع مطلوب زوج ورودی- خروجی‌ها در محدوده تغییرات مورد نظر، نتیجه روش‌های  $RLS$  و  $RRLS$  کاملاً یکسان خواهد بود.



تعیین شده برای هریک از روش‌های مرحله آموزش ارائه گردید. از خرابی در شرایط مختلف آزمایش کاملاً یکسان رویت شد، نتایج آنجایی که تاثیر نتایج عددی  $RLS$  و  $RRLS$  در مرحله تخمین عمق حاصل از این دو روش در یک ستون اعلام می‌شود.

جدول ۱. مقایسه زمان مورد نیاز برای تکمیل فرآیند آموزش و تخمین عمق خرابی برای روش پیشنهاد شده در این مقاله با دیگر روش‌های موجود

مقایسه زمانی			زمان محاسبه ( $S$ )								
			روش پیشنهاد شده			دیگر روش‌ها					
مرحله	$m$	$N_i$	RLS	RRLS	MLP	EFAA [۲۷]	GFAA [۲۷]	MLP [۲]			
آموزش	3	2	<b>0.3</b>	<b>0.1</b>	1.2	213	13	12			
		3	<b>0.4</b>	<b>0.4</b>							
		4	<b>1</b>	<b>1</b>							
		6	<b>3.3</b>	<b>3.19</b>							
		7	<b>5.2</b>	<b>5.3</b>							
		10	18	23							
	12	44	70								
	5	2	<b>0.6</b>	<b>0.6</b>	1.3						
		3	<b>5</b>	<b>4</b>							
		4	24	29							
		6	1417	2646							
		7	13441	26449							
	تخمین عمق	3	2	0.31					0.18	0.18	0.2
			3	0.34							
4			0.38								
6			0.6								
7			0.8								
10			1.9								
12		3.1									
5		2	0.36								
		3	0.8								
		4	2.5								
		6	18								
		7	39								

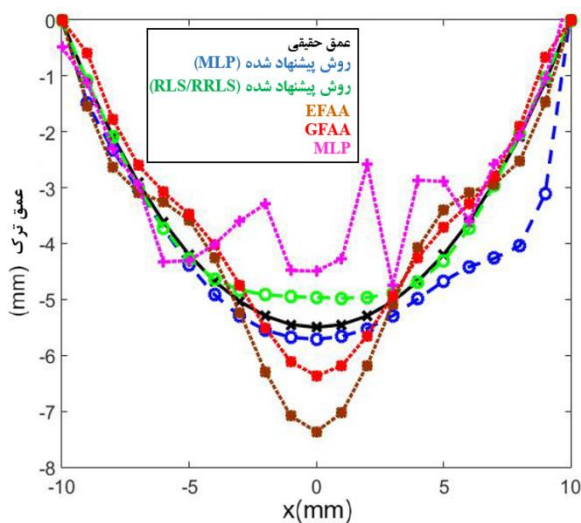
۲ به حدی شدت می‌یابد که خطای بین عمق حقیقی و عمق تخمین‌زده شده از کران بالای مطلوب اعلام شده، بیشتر خواهد شد. نهایتاً می‌توان نتیجه گرفت که افزایش نمونه‌های متوالی منجر به در نظر گرفته شدن بیشتر رابطه انتگرالی بین عمق ترک و میدان متناظر با آن و در نتیجه عملکرد دقیق‌تر روش پیشنهاد شده می‌شود.

همانگونه که از روابط (۸)، (۱۱) و جدول ۲ نیز مشخص است، با افزایش  $N_i$  دقت روش پیشنهاد شده در حالت کلی و بدون توجه به روش اعمالی در مرحله آموزش جهت تعیین  $\bar{y}^{i1i2...im}$ ، افزایش یافته است. از طرفی دیگر جدول ۲ به علت خطای بیشتر در حالت شبکه عصبی، نشان دهنده دقت کمتر این روش در تعیین  $\bar{y}^{i1i2...im}$  به نسبت دیگر روش‌های  $RLS$  و  $RRLS$  در شرایطی یکسان است؛ این کاستی در بعضی از موارد گزارش شده در جدول

جدول ۲. بررسی عددی خطای روش ارائه شده، برای چیدمان‌های مختلف در برابر کران بالای خطای پیش‌بینی شده برای یک ترک دو کوهانه نامتقارن

مقایسه عددی تخمین عمق خرابی			خطا ( $mm$ )					
			سیستم مرتبه اول			سیستم مرتبه دوم		
نوع چیدمان	$m$	$(mm) \varepsilon$	$N_i$	RLS / RRLS	MLP	$N_i$	RLS / RRLS	MLP
یکنواخت	3	2	2	<b>0.7</b>	5.1	2	<b>0.7</b>	5.1
		1	3	<b>0.7</b>	4.5	3	<b>0.7</b>	4.5
		0.7	4	<b>0.68</b>	4	3	<b>0.7</b>	4.5
		0.4	6	<b>0.3</b>	3.4	4	0.68	4
		0.3	7	<b>0.3</b>	3.0	4	0.68	4
		0.2	10	0.3	2.8	4	0.68	4
	0.16	12	0.2	1.5	5	0.67	3.8	

	5	3	2	<b>0.6</b>	3.7	2	<b>0.6</b>	3.7
		2.5	3	<b>0.45</b>	<b>2.5</b>	3	<b>0.45</b>	<b>2.5</b>
		1.5	3	<b>0.45</b>	2.5	3	<b>0.45</b>	2.5
		1	4	<b>0.4</b>	1.5	3	<b>0.45</b>	2.5
		0.9	5	<b>0.18</b>	1.3	3	<b>0.45</b>	2.5
غیر یکنواخت	3	2	2	<b>0.7</b>	5.1	2	<b>0.7</b>	5.1
		1	4	<b>0.25</b>	2.2	3	<b>0.6</b>	3.6
		0.7	6	<b>0.5</b>	4.5	4	<b>0.25</b>	2.2
		0.4	12	<b>0.3</b>	1.56	4	<b>0.25</b>	2.2
		0.3	12	<b>0.3</b>	1.56	4	<b>0.25</b>	2.2
		0.2	16	<b>0.18</b>	1.54	7	0.21	2.3
	5	3	2	<b>0.6</b>	3.7	2	<b>0.6</b>	3.7
		2.5	3	<b>0.4</b>	<b>1.8</b>	3	<b>0.4</b>	<b>1.8</b>
		1.5	4	<b>0.19</b>	<b>1.3</b>	3	<b>0.4</b>	1.8
		1	6	<b>0.1</b>	1.1	4	<b>0.16</b>	1.3
		0.9	7	<b>0.09</b>	<b>0.9</b>	4	<b>0.16</b>	1.3



شکل ۷. عمق تخمین زده شده توسط روش‌های مختلف در غیاب نویز و برای حالت سه نمونه متوالی، چیدمان یکنواخت و  $N_i = 11$

همانگونه که جدول ۳ نیز بیان می‌کند در حالت شبکه عصبی روش پیشنهاد شده، در بعضی از موارد حالات مطلوب،  $\bar{y}^i i_2 \dots i_m$  به درستی محاسبه نگردیده و باعث شده نتایج متناظر آن در جدول قابل قبول نباشد. از طرفی دیگر بررسی جدول ۳ مشخص می‌کند که برای  $N_i$  ها و تعداد نمونه‌های متوالی مناسب، روش پیشنهاد شده می‌تواند در حالت *RLS* و *RRLS* خطای تخمین عمق کمتری را به نسبت دیگر روش‌های معرفی شده ارائه دهد. بنابراین در کل می‌توان اینگونه نتیجه گرفت، در صورتی که بانک داده از تعداد کم ولی توزیع مناسب زوج ورودی-خروجی برخوردار باشد، بهترین انتخاب برای تکمیل فرآیند آموزش *RLS* است، چرا که دقتی برابر *RRLS* داشته اما زمان محاسبه کمتری را طلب می‌کند. در مقابل نتایج شبکه عصبی در چنین شرایطی از بانک داده، با وجود زمان محاسبه  $\bar{y}^i i_2 \dots i_m$  بسیار کمتر، قابل قبول خواهد بود.

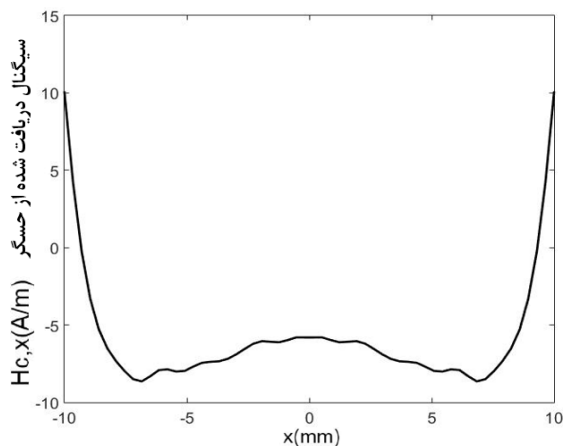
در گام بعد توابع عضویت برای دستیابی به عملکرد بهتر روش ارائه شده به شکلی غیریکنواخت در نظر گرفته شدند، که از جدول ۲ مشخص است، چیدمان غیر یکنواخت توابع عضویت برای محاسبه دقیق‌تر  $\bar{y}^i i_2 \dots i_m$  باعث خطای کمتر روش ارائه شده در تخمین عمق و عملکرد صحیح‌تر سیستم فازی مرتبه اول و دوم در تعیین کران بالای خطا شده است.

برای مقایسه عددی دقت روش پیشنهاد شده در این مقاله با دیگر روش‌های معرفی شده می‌توان از معیار جذر میانگین مربع انحراف (RMSD)<sup>۲۹</sup> که برای بیان درصد اختلاف بین دو بردار به کار می‌رود استفاده کرد که به شکل زیر تعریف می‌شود [۲۵]:

$$RMSD = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^n (d_m - \hat{d}_m)^2}{\sum_{m=1}^n d_m^2}} \times 100 \quad (31)$$

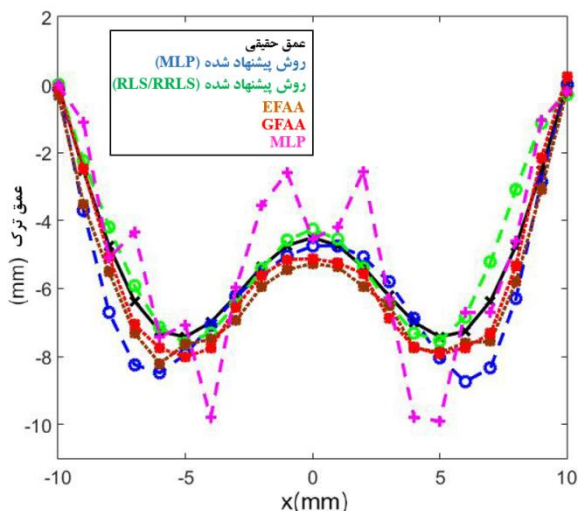
که در آن  $\hat{d}_m$  عمق تخمین زده شده،  $d_m$  عمق حقیقی ترک و  $n$  تعداد نمونه‌های بکار رفته در نمایش مقطع عرضی عمق ترک و میدان متناظر با آن خواهد بود که در تحلیل پیش‌رو، ۲۱ در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است جهت بررسی دقت روش پیشنهاد شده در این مقاله با دیگر روش‌های معرفی شده ابتدا خروجی شکل ترک برای روش‌های مختلف در شکل ۷ برای حالتی خاص ارائه می‌گردد و در گام بعد نتایج عددی تحت شرایط مختلف حاصل از یک ترک تک کوهانه در جدول ۳ گردآوری می‌شود.

29 Root mean square deviation



شکل ۸. سیگنال عملی ACFM یک ترک دو کوهانه متقارن حاوی نویز

در گام بعد میدان عملی اندازه‌گیری شده به عنوان ورودی برای روش‌های تحت بررسی استفاده می‌شود که جهت بررسی بصری کیفیت عملکرد در حضور نویز برای یک حالت خاص، در ابتدا شکل ۹ و برای بررسی عددی، نتایج کسب شده جدول ۴ گزارش می‌شود.



شکل ۹. عمق تخمین زده شده توسط روش‌های مختلف در حضور نویز و برای حالت سه نمونه متوالی، چیدمان یکنواخت و  $N_j = 11$

بررسی جدول ۴ یک ضعف در روش پیشنهاد شده را مشخص می‌کند. در روش ارائه شده محاسبه  $\bar{y}^{-i_1 i_2 \dots i_m}$  به بانک داده‌ای وابسته بود که در آن میدان تغییراتی شدیدی در خود نداشت و بسیاری از ضرایب  $\bar{y}^{-i_1 i_2 \dots i_m}$  در رابطه (۲) صفر محاسبه می‌شد، اما زمانی که نویز با ذات تغییرات سریعی خود به میدان اضافه می‌شود، میدان نیز تغییرات سریعی از خود نشان خواهد داد و بسیاری از حالات  $\bar{y}^{-i_1 i_2 \dots i_m}$  که بی‌اهمیت تلقی می‌شدند ضرایبی غیر صفر در آنها ضرب خواهد شد، حالات بی‌اهمیتی که امکان محاسبه آنها با دقت بالا ممکن نبود. در نتیجه با افزایش تعداد

جدول ۳. مقایسه RMSD روش پیشنهاد شده با دیگر روش‌های معرفی شده در شرایط چیدمان‌های مختلف توابع عضویت

مقایسه خطای روش‌ها در برابر یکدیگر		RMSD (%)					
		روش پیشنهادی		دیگر روش‌ها			
نوع چیدمان	$m$	$N_i$	RLS / RRLS	MLP	[۳۷] GFAA	[۳۷] EFAA	[۳۷] MLP
یکنواخت	3	2	14.4	46.8	11.6	20.0	26.6
		5	11.4	37.5			
		8	7.7	30			
		11	5.8	18.5			
		13	5.1	18.3			
		15	4.8	13.3			
		17	2.3	11.4			
	5	2	7.2	19.9			
		3	6.8	14.7			
		4	4.7	12.7			
		5	1.7	12.2			
		6	1.6	10.5			
غیر یکنواخت	3	2	14.4	46.8			
		5	9.6	21.7			
		8	5.5	16.3			
		11	3.5	14.2			
		13	2.5	13			
		15	1.8	10.5			
		17	1.1	9.5			
	5	2	7.2	19.9			
		3	5.8	12.8			
		4	3.8	12.5			
		5	1.4	12.2			
		6	0.5	10.4			

### بررسی عملکرد در شرایط نویز

سیگنال‌هایی که در عمل از حسگر دریافت می‌شوند معمولاً علاوه بر اطلاعات اصلی، حاوی نویز نیز هستند از این رو بررسی عملکرد روش پیشنهاد شده در شرایط حقیقی نیز ضروری به نظر می‌رسد. به این منظور می‌توان ترک‌هایی برای اندازه‌گیری میدان خرابی، به وسیله ماشین تخلیه‌ی الکتریکی<sup>۳۰</sup> در قطعه آلومینیومی با مشخصات اعلام شده ایجاد کرد. در شکل ۸ نمونه‌ای از سیگنال عملی ناشی از یک ترک دو کوهانه متقارن نشان داده شده است.

یک الگوریتم فازی مرتبه اول و دوم برای حذف کاستی‌های یاد شده در دیگر روش‌های مرسوم، ارائه شد.

همانگونه که پیشتر نیز اشاره شده بود مهم‌ترین هدف و دست‌آورد این پژوهش تعیین بیشینه خطای موجود در تخمین عمق و پذیرش حجم محاسبات متناسب با دقت مورد نیاز است که این مورد نه تنها امکان اعلام بیشینه دقت روش را میسر ساخت بلکه در این روش کاربر قادر بود تا با توجه به دقت مورد نیاز خود پیچیدگی محاسبات را تنظیم کند.

الگوریتم ابتدا به وسیله بانک داده با حجمی مناسب آموزش داده شد و نهایتاً در گام بعد به وسیله تعدادی ترک با شکل‌های مختلف آزمایش گردید و صحت عملکرد روش پیشنهاد شده به وسیله نتایج عددی موجود در جدول‌ها به اثبات رسید. در گام بعد سیستم ارائه شده تحت شرایط مختلف با دیگر روش‌ها مقایسه گردید و نشان داده شد در شرایطی برابر و  $N_i$  مناسب می‌توان به خطای کمتری نسبت به دیگر روش‌ها دست یافت. همانگونه که پیش‌بینی می‌شد، با افزایش مقدار  $m$  به علت در نظر گرفته شدن بیشتر رابطه انتگرالی میدان و عمق خرابی، دقت روش پیشنهادی با محاسبات سنگین‌تری افزایش یافت.

بررسی‌ها نشان داد چیدمان غیریکنواخت توابع عضویت اگرچه از پیچیدگی و وابستگی بیشتر به بانک داده در فرآیند محاسبات رنج می‌برند، اما منجر به بهبود عملکرد و افزایش دقت روش پیشنهاد شده خواهد شد.

با توجه به نتایج عددی شبکه عصبی،  $RLS$  و  $RRLS$  برای محاسبه  $y^i, i=1, 2, \dots, m$ ، عملکرد  $RLS$  در شرایط توزیع مناسب بانک داده و حجم کم آن، از نظر زمان قابل قبول و از نظر دقت، دقیق‌ترین روش برای تکمیل فرآیند آموزش تشخیص داده شد.

در نهایت نتایج بررسی‌های عددی، نشانگر یک ضعف در روش پیشنهادی بود. اگرچه در بعضی شرایط نتایج بهتری در برابر دیگر روش‌های معرفی شده حاصل شد، اما مقایسه نتایج در شرایط حضور و عدم حضور نویز با یکدیگر نشان از حساسیت زیاد روش ارائه شده به نویز بود. بدیهی است که در تخمین عمق خرابی در یک نقطه به وسیله چند نقطه میدان متناظر با ترک، هرچه محل اندازه‌گیری به نقطه مطلوب نزدیک‌تر باشد، تاثیر آن نقطه از میدان در فرآیند تخمین عمق بیشتر است. به طور مثال برای تخمین عمق به کمک سه نمونه متوالی که در این پژوهش به شکل مفصل بررسی شد، نمونه‌ای از میدان که متناظر با نقطه مطلوب برای محاسبه عمق است، باید تاثیر بیشتری در فرآیند محاسبه عمق به نسبت سایر نمونه‌های میدان داشته باشد، موردی که در رابطه (۲) به چشم نمی‌خورد؛ در نظر گرفتن این حقیقت می‌تواند باعث رفع نیاز به روش‌های پیچیده و زمان‌بر در مرحله آموزش و ارتقاء دقت مرحله تخمین عمق شود.

توابع عضویت به ویژه در چیدمان غیریکنواخت که بعضی از توابع عضویت به یکدیگر نزدیک‌تر هستند، حالات بی‌اهمیتی که ضرایب آنها صفر نیست بیشتر اتفاق افتاده و باعث کاهش دقت می‌شود. اما با وجود تمام این معایب روش پیشنهاد شده به نسبت شبکه عصبی عملکرد بهتری دارد و در بعضی از شرایط نتایجی مشابه و حتی بهتر از GFAA را محاسبه کرده است.

جدول ۴. مقایسه RMSD روش پیشنهاد شده با دیگر روش‌های معرفی شده برای یک ترک دو کوهانه متقارن حاوی نویز

مقایسه خطای روش‌ها در برابر یکدیگر		RMSD (%)					
		روش پیشنهادی		دیگر روش‌ها			
نوع نویز	$m$	$N_i$	RLS / RRLS	MLP	[ $\gamma$ ] GFAA	[ $\gamma$ ] EFAA	[ $\gamma$ ] MLP
یکنواخت	3	2	15.2	49.6	9.3	12.5	26.8
		5	12.5	32.2			
		8	15.3	27.6			
		11	10.7	19.2			
		13	<b>8.6</b>	14.7			
		15	<b>6.1</b>	13.7			
	17	<b>7.9</b>	<b>8.7</b>				
	5	2	<b>7.9</b>	31.1			
		3	9.7	18.4			
		4	9.4	13.1			
		5	9.9	12.9			
		6	<b>3.8</b>	<b>9.2</b>			
بیکنواخت	3	2	15.2	49.6	9.3	12.5	26.8
		5	11.6	23.2			
		8	21.1	14			
		11	12.6	10.3			
		13	13.2	<b>7.6</b>			
		15	32	<b>4.3</b>			
	17	33	<b>4.1</b>				
	5	2	<b>7.9</b>	31.1			
		3	<b>8.5</b>	13.4			
		4	<b>4.8</b>	10.7			
		5	<b>4.7</b>	10.4			
		6	<b>6.7</b>	<b>6.7</b>			

### نتیجه‌گیری و پیشنهاد

در پژوهش پیش‌رو، یک رویکرد فازی برای حل مسئله معکوس در تخمین عمق یک ترک بر اساس داده‌های روش ACFM ارائه شده است. ابتدا رابطه انتگرالی بین میدان و عمق ترک در کنار روش‌های مرسوم برای حل مسئله مورد نظر، بررسی گردید و کاستی‌های آنها از جمله پذیرش حجم زیاد محاسبات بدون در نظر گرفتن دقت مورد نیاز گزارش شد. سپس چیدمان‌های لازم برای ارائه روش پیشنهادی اعلام گردید و در گام بعد به علت شایستگی روش‌های فازی در حل مسائل پیچیده‌ای چون مسئله معکوس،

- [16] Li Wei, Chen Guo-ming, Liu Feng, Li Zhun, "Study on ACFM Crack Angle Detection with 1-D Array Probe," 2011 Third International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, 2011, 417- 419.
- [17] Y. Li, L. Udpa, and S. Udpa, "Three-dimensional defect reconstruction from eddy- current NDE signals using a genetic local search algorithm," *IEEE Trans. Magn.*, 2004, vol. 40, no. 2, pp. 410-417.
- [18] Zhang, J., Xie, S., Wang, X., Li, Y., Chen, Z., "Quantitative Non-Destructive Testing of Metallic Foam Based on Direct Current Potential Drop Method," *IEEE Trans. Magn.*, Feb. 2012, vol. 48, no. 2, pp. 375 - 378.
- [19] M. Li and D. A. Lowther, "The application of topological gradients to defect identification in magnetic flux leakage-type," *IEEE Trans. Magn.*, 2010, vol. 46, no. 8, pp. 3221-3224.
- [20] F. Calvano, P. Raunonen, S. Suuriniemi, L. Kettunen, and G. Rubinacci, "Size is in the eye of the beholder: technique for nondestructive detection of parameterized defects," *IEEE Trans. Magn.*, 2010, vol. 46, no. 8, pp. 3006-3009.
- [21] F. Sarreshtedari, M. Hosseini, S. Razmkhah, K. Mehrany, H. Kokabi, J. Schubert, M. Banzet, H. Krause, and M. Fardmanesh, "Analytical model for the extraction of flaw induced current interactions for SQUID NDE," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, Aug. 2011, vol. 21, no. 4, pp. 3442-3446.
- [22] M. Rebican, Z. Chen, N. Yusa, L. Janousek, and K. Miya, "Shape reconstruction of multiple cracks from ECT signals by means of a stochastic method," *IEEE Trans. Magn.*, 2006, vol. 42, no. 4, pp. 1079- 1082.
- [23] T. Khan, P. Ramuhalli, and S. C. Dass, "Particle-filter-based multisensor fusion for solving low-frequency electromagnetic NDE inverse problems," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2011, vol. 60, no. 6, pp. 2142-2153.
- [24] S. Bilicz, M. Lambert, S. Gyimothy, and J. Pavo, "Solution of inverse problems in nondestructive testing by a kriging-based surrogate model," *IEEE Trans. Magn.*, 2012, vol. 48, no. 2, pp. 495 498.
- [25] R. Khalaj-Amineh, M. Ravan, S. H. H. Sadeghi, and R. Moini, "Removal of Probe Liftoff Effects on Crack Detection and Sizing in Metals by the AC Field Measurement Technique," *IEEE Trans. Magn.*, 2008, vol. 44, no. 8, pp. 2066-2073.
- [26] Y. He, M. Pan, F. Luo, and G. Tian, "Reduction of lift-off effects in pulsed eddy current for defect classification," *IEEE Trans. Magn.*, 2011, vol. 47, no. 12, pp. 4753-4760.
- [27] Amin Noroozi, Reza PR Hasanzadeh, and Maryam Ravan, "A Fuzzy Learning Approach for Identification of Arbitrary Crack Profiles Using ACFM Technique," *IEEE Trans. Magn.*, 2013, vol. 49, no. 19, pp. 5016-5027.
- [28] M. k. Smail, T. Hacib, L. Pichon, and F. Loete, "Detection and location of defects in wiring networks using time-domain reflectometry and neural networks," *IEEE Trans. Magn.*, 2011, vol. 47, no. 5, pp. 1502-1505.
- [29] M. Wrzuszczak, and J. Wrzuszczak, "Eddy current flaw detection with neural network applications," *IET Sci. Meas. Technol.*, 2005, vol. 38, no. 2, pp. 132-136.
- [30] T. Chady and P. Lopato, "Flaws identification using an approximation function and artificial neural networks," *IEEE Trans. Magn.*, Apr. 2007, vol. 43, no. 4, pp. 1769-1772.
- [31] Rosado, L. S.; Janeiro, F. M.; Ramos, P. M.; Piedade, M. "Defect Characterization With Eddy Current Testing Using Nonlinear-Regression Feature Extraction and
- [1] <https://www.nde-ed.org>.
- [2] M. Ravan, S. H. H. Sadeghi, and R.Moini, "Neural network approach for determination of fatigue crack depth profile in a metal, using alternating current field measurement data," *IET Sci. Meas. Technol.*, 2008, vol. 2, no. 1, pp.32-38.
- [3] Ali Akbari-Khezri ,Seyed H.H. Sadeghi , and Rouzbeh Moini, "Field Distribution Around Surface Cracks in Metallic Cylindrical Structures Excited by High-Frequency Current-Carrying Coils of Arbitrary Shape," *IEEE Trans. Magn.*, Feb. 2015, vol. 51, no. 2, , pp. 1-10.
- [4] V. S. Cecco and G. Van Drunen, "Recognizing the scope of eddy current testing," in *Research Techniques in Nondestructive Testing*, R. S. Sharp, Ed. London, U.K.: Academic, 1985, vol. 8, pp. 269-301.
- [5] M. Lewis, D. H. Michael, M. C. Lugg, and R. Collins, "Thin-skin electromagnetic fields around surface breaking cracks in metals," *J. Appl. Phys.*, 1988, vol. 64, pp. 3777-3784.
- [6] M. Ravan, S. H. H. Sadeghi, and R. Moini, "Field Distributions Around Arbitrary Shape Surface Cracks in Metals, Induced by High-Frequency Alternating-Current-Carrying Wires of Arbitrary Shape," *IEEE Trans. Magn.*, Sep. 2006, vol. 42, no. 9, pp. 2208-2214.
- [7] Teimour Heidari, Hamide Seidfaraji, Seyed H. H. Sadeghi, Rouzbeh Moini, "A Fast Analysis Technique for Electromagnetic Interaction of High-Frequency AC Current-Carrying Wires With Arbitrary-Shape Cracks in Ferrous Metals," *IEEE Trans. Magn.*, March 2013, vol. 49, no. 3, pp. 1101 - 1107.
- [8] T. M. Gaynor, D. L. Roberts, E. Homan, and W. Dover, "Reduction in fatigue failures through crack detection by alternating current field measurement," *SPE Drilling & Completion*, 1997, vol. 12, no. 1, pp. 37-42.
- [9] M. C. Lugg, "Application of AC field measurement techniques for the aircraft industry," *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 1990, vol. 62, no. 2, pp. 9-11.
- [10] M. Ph. Papaalias, M. C. Lugg, C. Roberts, and C. L. Davis, "Highspeed inspection of rails using ACFM techniques," *NDT&E Int.*, 2009, vol. 42, no. 4, pp. 328-335.
- [11] M. C. Lugg, D. Topp, and M. Keynes, "Recent developments and applications of the ACFM inspection method and ACSM stress measurement method," In *Proc. 9th European conf. Nondestructive Testing (ECNDT2006)*, Berlin, Sep. 2006.
- [12] R. S. Sharpe, J. West, D. S. Dean, D. A. Tyler, and H. A.Cole, *Quality technology handbook*, London: Butterworths, 1984.
- [13] D. Mirshekar-Syahkal, Senior Member, IEEE, and Reza F. Mostafavi, "Analysis Technique for Interaction of High-Frequency Rhombic Inducer Field with Cracks in Metals," *IEEE Trans. Magn.* ,May. 1997, vol. 33, no. 3, pp. 2291-2298.
- [14] J. Zhou, R. Collins, and D. H. Michael, "Half-space induction by a rectangular coil with rounded corners: Local uniformity and ACFM," in *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, New York: Plenum, 1994, vol. 13A, pp. 335-342.
- [15] S. H. H. Sadeghi, and D. Mirshekar-Syahkal, "Scattering of an induced surface electromagnetic field field by fatigue cracks in ferromagnetic metals," *IEEE Trans. Magn.*, 1992, vol. 28, no. 2, pp. 1008-1016.

- [35] M. Mueller, "Least-squares algorithms for adaptive equalizers," *Bell Syst. Tech. J.*, , 1981, vol. 60, pp. 1905-1925.
- [36] Mangesh M. Chansarkar and Uday B. Desai, "A Robust Recursive Least Squares Algorithm," *IEEE Trans. Signal processing.*, July. 1997, vol. 45, no. 7, pp. 1726–1735.
- [37] Reza F. Motafavi and Dariush Mirshekar-Syahkal, "AC Field Around Short Cracks in Metals Induced by Rectangular Coils," *IEEE Trans. Magn.*, MAY 1999, vol. 35, no. 3, pp. 2001-2006.
- Artificial Neural Networks," *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement.*, May 2013, vol. 62, no. 5, pp. 1207 – 1214.
- [32] R. P. R. Hasanzadeh, A. H. Rezaie, S. H. H. Sadeghi, M. H. Moradi, and M. Ahmadi, "A density-based fuzzy clustering technique for non-destructive detection of defects in materials," *NDT&E Int.*, 2007, vol. 40, no. 4, pp. 337-346.
- [33] R. P. R. Hasanzadeh, S. H. H. Sadeghi, M. Ravan, A. R. Moghaddamjoo, and R. Moini, "A fuzzy alignment approach to sizing surface cracks by the AC field measurement technique," *NDT&E Int.*, 2011, vol. 43, no. 1, pp. 75-83.
- [34] L. X. Wang, "A course in fuzzy system and control," Michigan: Prentice Hall, 1997, pp. 128- 185.

**نمادها**

جدول ۵. نمادهای مهم در مقاله ارائه شده و توضیحات متناظر آنها

ردیف	نماد	توضیحات	ردیف	نماد	توضیحات	ردیف	نماد	توضیحات
۱	$\sigma$	ثابت هدایت	۱۲	$\mu_{A_j^i}$	مقدار تعلق به توابع عضویت	۲۳	$\varepsilon$	کران بالای خطا
۲	$\mu$	ثابت تراوایی	۱۳	$f$	تابع مجهول	۲۴	$H_{C, xk}^{(i)}$	نمونه میدان
۳	$d$	عمق ترک	۱۴	$\hat{f}$	تابع تخمین زده شده	۲۵	$t_k^{(i)}$	نمونه عمق متناظر با $H_{C, xk}^{(i)}$
۴	$l$	طول ترک	۱۵	$e_i^i$	مراکز توابع عضویت	۲۶	$\psi$	پتانسیل عددی مغناطیسی
۵	$g$	دهانه ترک	۱۶	$\bar{y}^i t_2 \dots t_m$	پاسخ تابع $f$ به مراکز توابع عضویت	۲۷	$H$	میدان مغناطیسی
۶	$fre$	فرکانس منبع جریان	۱۷	$\alpha_i$	کمینه مقدار ورودی	۲۸	$\tilde{\psi}_i$	تبدیل فوریه دو بعدی تابع پتانسیل ناشی از میدان القاگر در غیاب فلز
۷	$I_m$	دامنه سیگنال منبع جریان	۱۸	$\beta_i$	بیشینه مقدار ورودی	۲۹	$\beta$ و $\alpha$	کمیت‌های تبدیل فوریه
۸	$\delta$	عمق نفوذ جریان گردابی	۱۹	$\ \cdot\ _{\infty}$	بیشینه تابع *	۳۰	$\tilde{H}_z(\alpha, 0)$	تبدیل فوریه یک بعدی جزء طبیعی میدان مغناطیسی در دهانه ترک
۹	$(x_s, y_s, z_s)$	مختصات محل نمونه برداری	۲۰	$k_1$	بیشینه مشتق مرتبه اول	۳۱	$\hat{d}_m$	عمق تخمین زده شده
۱۰	$N_i$	تعداد توابع عضویت	۲۱	$k_2$	بیشینه مشتق مرتبه دوم	۳۲	$d_m$	عمق حقیقی ترک
۱۱	$m$	تعداد نمونه‌های متوالی	۲۲	$p$	بیشینه فاصله دو مرکز متوالی توابع عضویت	۳۳	$n$	تعداد نمونه برای نمایش ترک